

بدون هیچگونه تبلیغ آزار دهنده

برای عضویت در همین صفحه
روی لینک کانال کلیک کنید

کانال تلگرامی پایه ده-10م :

ID @DAHOM_CH

کانال تلگرامی پایه یازده-11م :

ID @YAZDAHO

کانال تلگرامی پایه دوازده-12م :

ID @davazdahom_1404

کانال های فوق فاقد آگهی های
تبلیغاتی هستند صرفا برای پیشرفت شما

Telegram : @DAHOM_CH

هندسه ۱



۱۴۰۳
دهم ریاضی

@nooraniomid

امید نورانی

هندسه (۱)

فهرست

صفحه

مبحث

۱	مکان هندسی ✓
۴	نسبت و تناسب ✓
۵	استدلال ✓
۵	تالس ✓
۷	تشابه ✓
۱۰	روابط طولی در مثلث قائم الزاویه ✓
۳۶	جمع بندی تالس و تشابه ✓
۴۶	چندضلعی ها ✓
۵۲	ویژگی های مثلث قائم الزاویه ✓
۶۱	مساحت و کاربردها ✓
۶۴	نقاط شبکه ای و مساحت ✓
۸۷	تجسم فضایی ✓
۸۷	خط، نقطه و صفحه ✓
۸۹	تعامد ✓
۹۶	تفکر تجسمی ✓
۹۶	برش ✓
۹۹	دوران ✓

Telegram : @DAHOM_CH

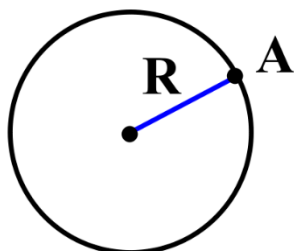
← تناسب، تالی و تشابه :

✓ **مکان هندسی :** مجموعه نقاطی که یک ویژگی مشترک دارند.

✓ **بررسی چند مکان هندسی :**

✓ **دایره :** مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک نقطه‌ی ثابت به فاصله‌ای ثابت

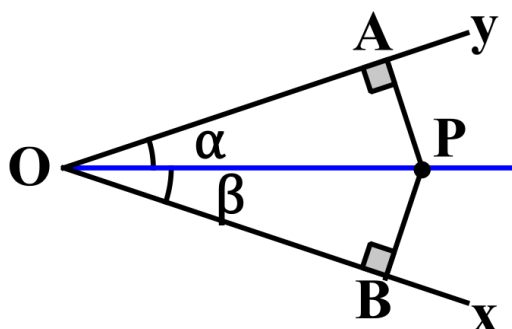
هستند. نقطه‌ی ثابت، مرکز دایره و فاصله‌ی ثابت، شعاع دایره است.



$C(O, R)$

✓ **نیم‌ساز زاویه :** مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو ضلع زاویه به یک

فاصله‌اند.

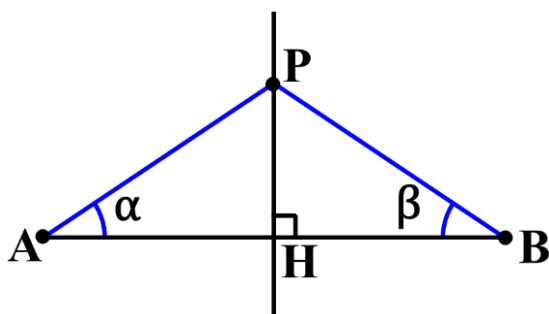


$$PA = PB \quad \text{و} \quad \hat{\alpha} = \hat{\beta}$$

$$\triangle OPA \sim \triangle OPB$$

✓ **عمود منصف یک پاره خط :** مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو سر پاره خط به

یک فاصله‌اند.



$$PH \perp AB \quad \text{و} \quad PA = PB$$

$$\triangle APH \sim \triangle BPH$$

✓ مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک خط ثابت به فاصله‌ای ثابت هستند :

✓ مکان هندسی نقاطی از صفحه که از سه رأس مثلث به یک فاصله باشند:

✓ مکان هندسی نقاطی از صفحه که از سه ضلع مثلث به یک فاصله باشند:

← ترسیم‌های هندسی : (متن کتاب درسی را خوب بخوانید)

(۱) رسم عمود منصف یک پاره خط:

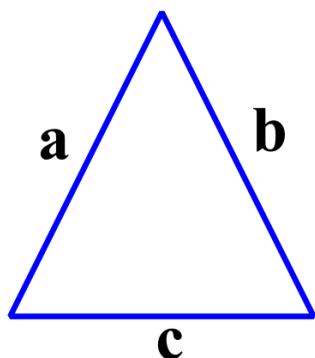
(۲) رسم نیم‌ساز یک زاویه :

(۳) رسم عمود بر یک خط از نقطه‌ای روی آن خط :

(۴) رسم عمود بر یک خط از نقطه‌ای خارج آن خط :

(۵) رسم خطی موازی با یک خط از نقطه‌ای خارج آن :

(۶) رسم یک مثلث با داشتن سه ضلع :



$$|b - c| < a < b + c$$

۱- مثلثی به اضلاع ۳، ۵ و ۶ رسم کنید.

۲- مکان هندسی نقاطی که از سه رأس یک مثلث با زاویه‌های تند، به یک فاصله‌اند را بیابید.

۳- خط d و نقطه‌ی O به فاصله‌ی ۵ رسم شده‌اند. مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله‌ی ۳ و از نقطه‌ی D به فاصله‌ی :

الف) ۶

ب) ۸

پ) ۱۹ است را پیدا کنید.

۴- اگر $x+2$ و $2x+1$ و ۴ طول و ۳ ضلع یک مثلث و $x \in (a,b)$ باشد، بیشترین

مقدار $b-a$ کدام است؟

(۱) $\frac{b}{3}$

(۲) $\frac{11}{3}$

(۳) $\frac{13}{3}$

(۴) $\frac{14}{3}$

← نسبت و تناسب :

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \text{I) } ad = bc$

$\text{II) } \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

$\text{III) } \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

$\text{IV) } \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

← ترکیب نسبت در صورت :

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow$

← ترکیب نسبت در مخرج :

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow$

← تفضیل نسبت در صورت :

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow$

← تفضیل نسبت در مخرج :

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow$

← ویژگی تساوی نسبت ها :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots = k \Rightarrow$$

← استدلال ها :

✓ **استدلال استقرایی :** نتیجه گیری براساس مشاهده

✓ **استدلال استنتاجی :** نتیجه گیری براساس حقایقی که درستی آنها را پذیرفته ایم.

✓ **قضیه :** نتایج مهم و پرکاربردی که از استدلال استنتاجی بدست می آیند.

✓ **عکس قضیه :** اگر جای فرض و حکم قضیه را عوض کنیم، عکس قضیه نامیده می شود.

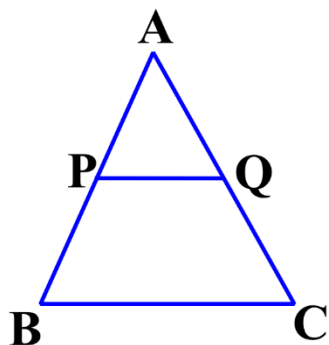
✓ **قضیه دو شرطی :** اگر عکس قضیه، یک قضیه باشد، دو شرطی است.

✓ **برهان خلف :** فرض می کنیم حکم درست نباشد (فرض خلف) و به یک تناقض یا به

یک نتیجه ی غیرممکن می رسیم و به این ترتیب فرض خلف باطل و درستی حکم ثابت می شود.

✓ **مثال نقض :** مثالی که یک حکم را رد می کند.

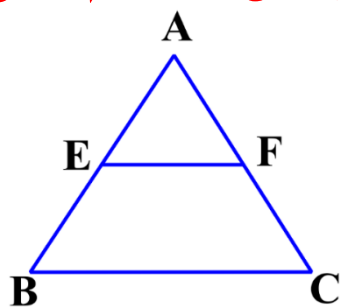
✓ **قضیه تالس :**



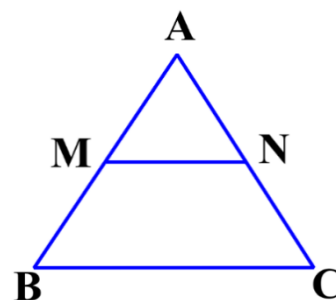
$$PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$

✓ تالس جزء به کل : (تعمیم تالس)

✓ تالس جزء به جز :

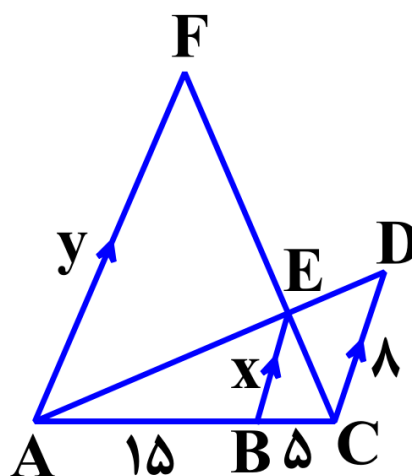
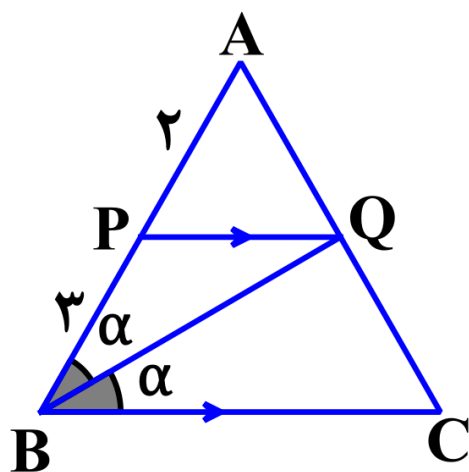
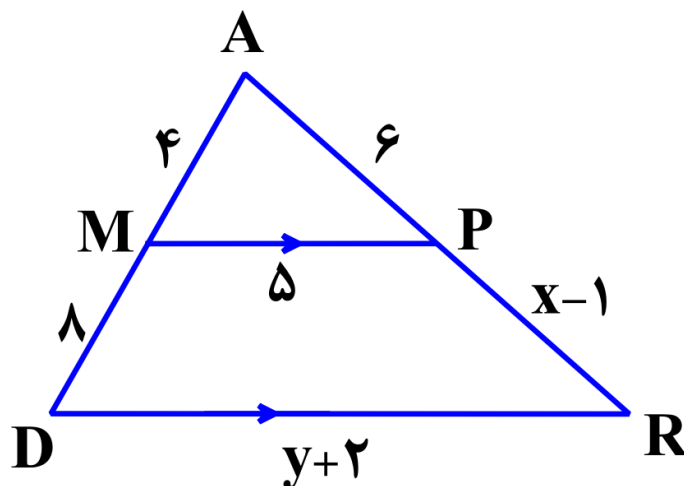
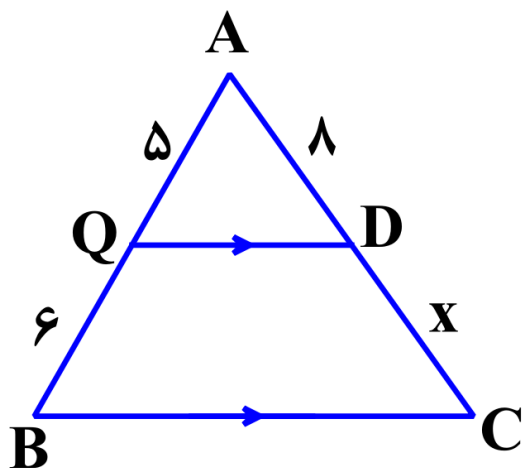


$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

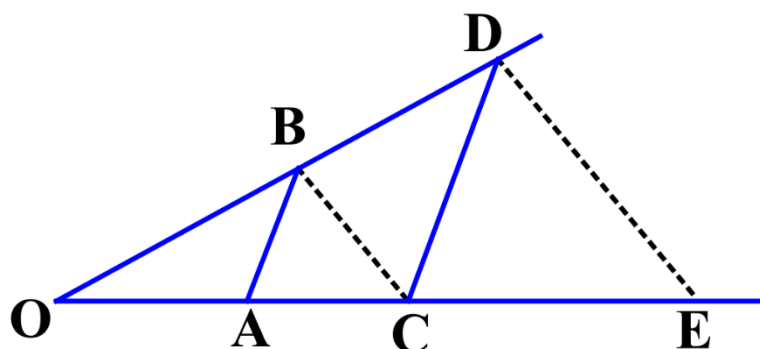


$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

۵- در شکل‌های زیر مقدار x و y را حساب کنید.



✓ مثلث پرتکرار با دو بار قضیه تالس :



$$AB \parallel DC, BC \parallel DE$$

$$OA = 4, AC = 6$$

$$\Rightarrow CE = ?$$

$$\triangle OCD : AB \parallel CD \Rightarrow \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

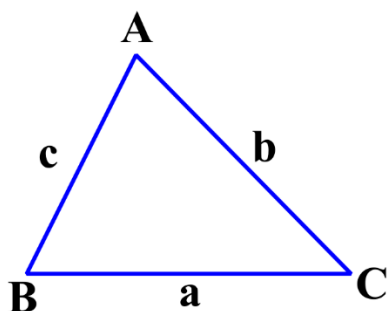
$$\Rightarrow \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\triangle ODE : BC \parallel DE \Rightarrow \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

← تشابه مثلث ها :

✓ زاویه ها :

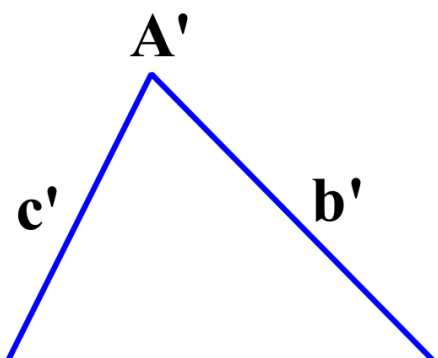
✓ ضلع ها :



حالت های تشابه دو مثلث :

(I) دو زاویه :

(II) دو ضلع و زاویه بین :



(III) سه ضلع :

m میانه

h ارتفاع

p محیط مثلث

S مساحت مثلث

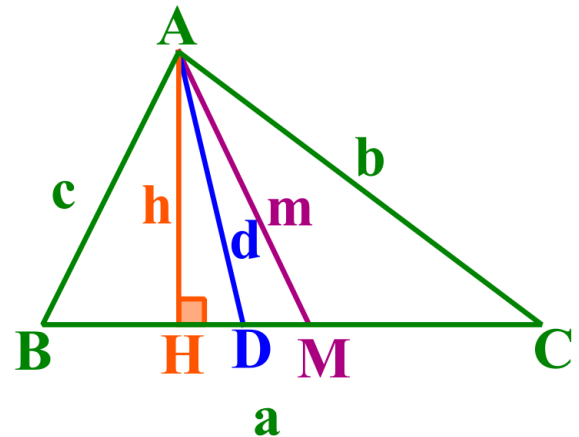
d نیمساز

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$$

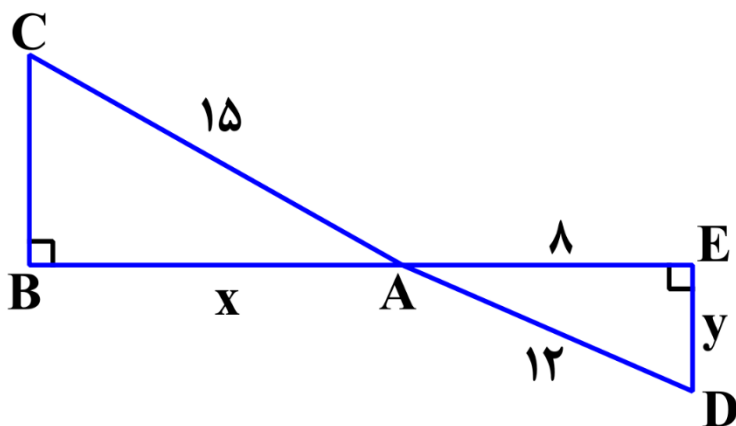
$$\frac{p}{p'} = \frac{h}{h'} = \frac{m}{m'} = \frac{d}{d'} = \frac{a}{a'} = k$$

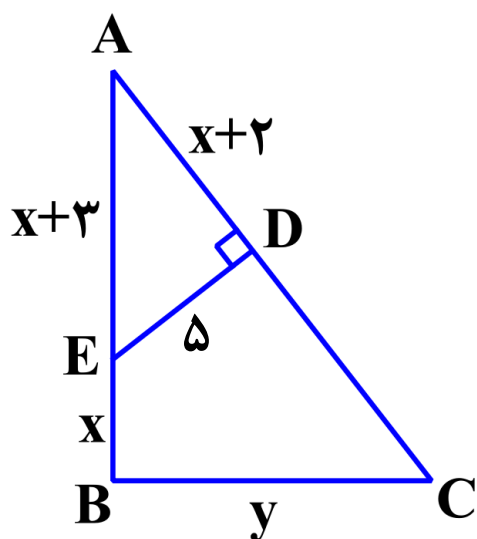
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{a+b+c}{a'+b'+c'} = \frac{p}{p'} = k$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{\frac{1}{2} \times h \times a}{\frac{1}{2} \times h' \times a'} = \frac{h}{h'} \times \frac{a}{a'} = k \times k = k^2$$

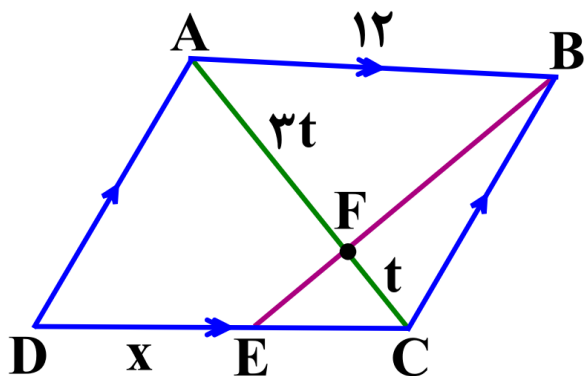
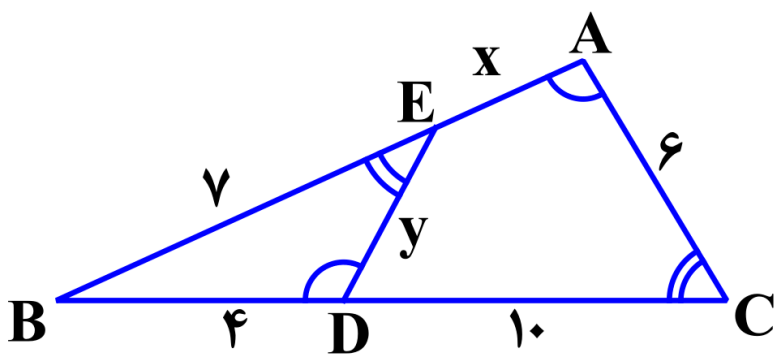


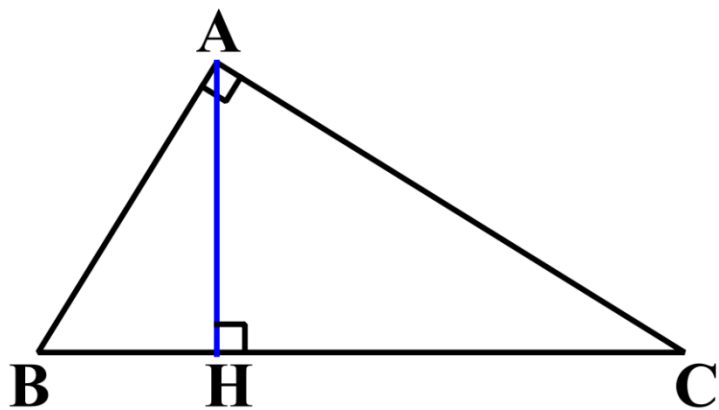
۶- در شکل زیر x و y را بدست آورید.





۸- در شکل زیر x و y را بیابید.





$$AB^2 = BH \times BC$$

$$AC^2 = CH \times BC$$

$$AH^2 = BH \times CH$$

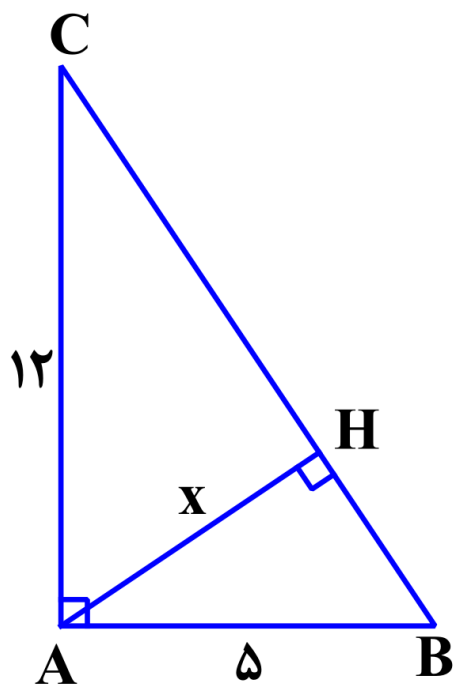
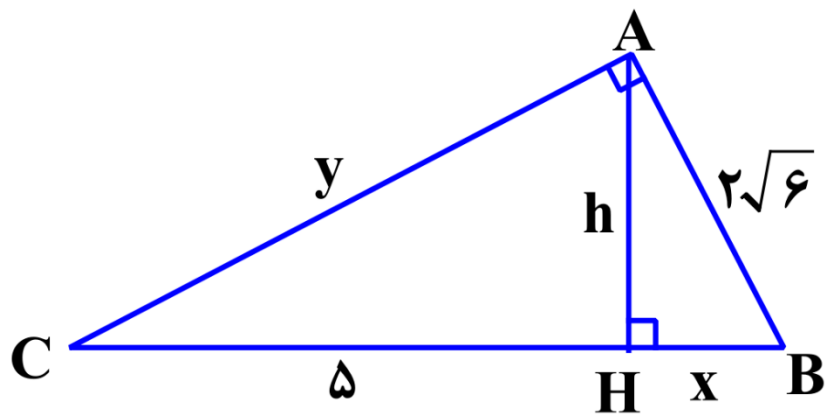
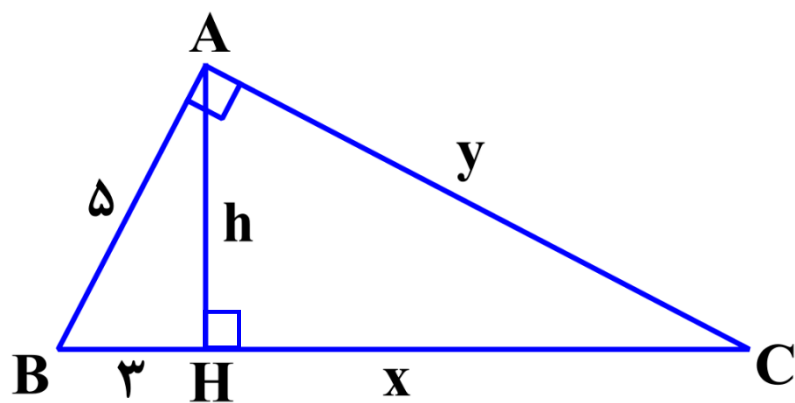
$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$AH \times BC = AB \times AC$$

$$\triangle ABC \sim \triangle ABH \Rightarrow$$

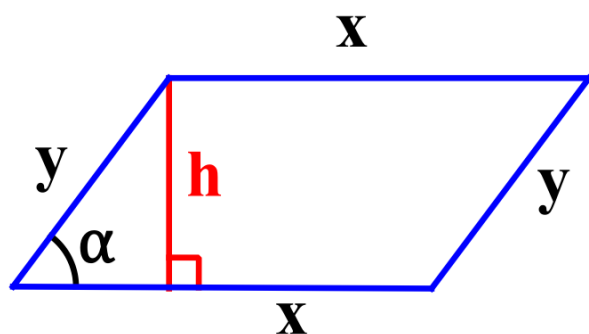
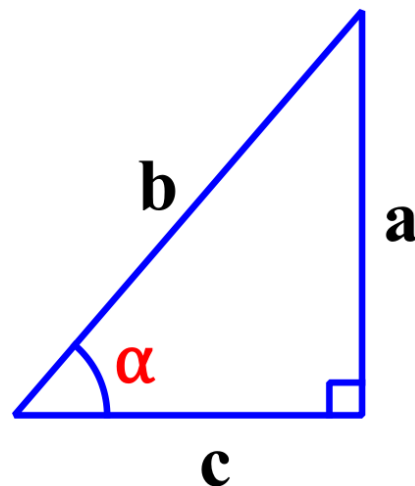
$$\triangle ABC \sim \triangle ACH \Rightarrow$$

$$\triangle ABH \sim \triangle ACH \Rightarrow$$



$$\sin \alpha = \frac{a}{b} \Rightarrow a = b \sin \alpha$$

$$S = \frac{1}{2} ca \Rightarrow S = \frac{1}{2} cb \sin \alpha$$

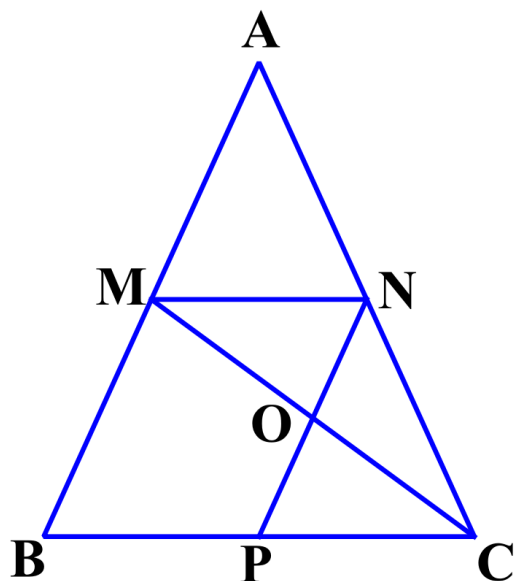


$$\sin \alpha = \frac{h}{y} \Rightarrow h = y \sin \alpha$$

$$S = xh \Rightarrow S = xy \sin \alpha$$

۱۰- در شکل مقابل $\frac{AM}{BM} = \frac{5}{9}$ و چهارضلعی MNPB متوازی الاضلاع است. مساحت

مثلث OMN چند برابر مساحت مثلث AMN است؟



$$\frac{5}{9} \quad (1)$$

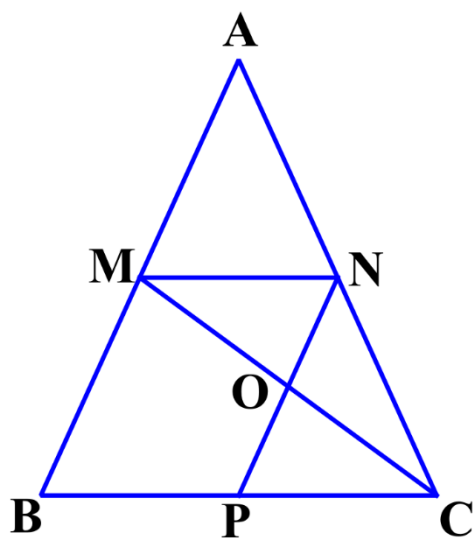
$$\frac{5}{14} \quad (2)$$

$$\frac{9}{14} \quad (3)$$

$$\frac{10}{14} \quad (4)$$

۱۱- در مثلث زیر $\frac{AM}{MB} = \frac{4}{11}$ و چهارضلعی $MNPB$ متوازی الاضلاع است. مساحت

مثلث OMN چند برابر مساحت متوازی الاضلاع است؟

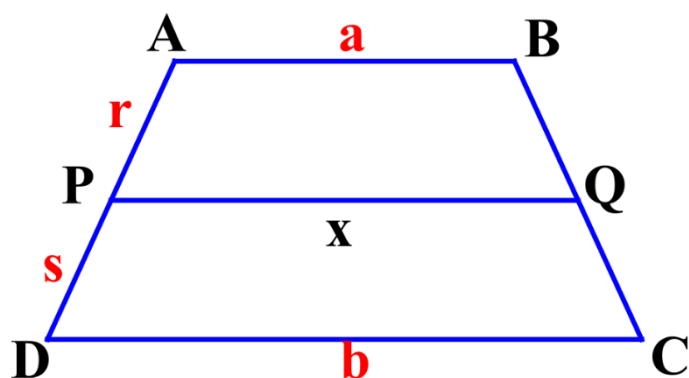


$$\frac{4}{11} \quad (1)$$

$$\frac{2}{11} \quad (2)$$

$$\frac{4}{15} \quad (3)$$

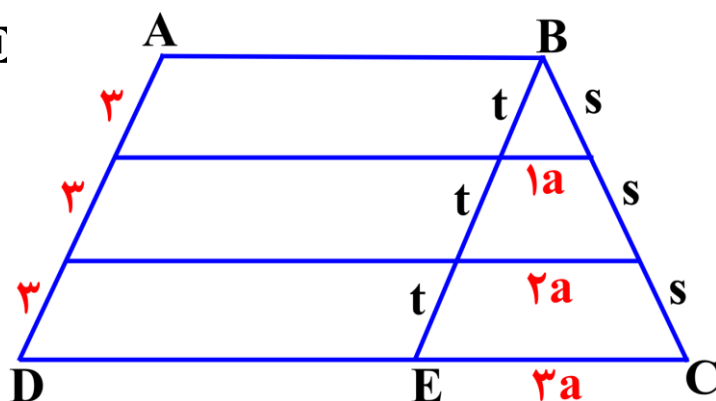
$$\frac{2}{15} \quad (4)$$



مسائل دوزنقه در هندسه :

$$x = \frac{rb + sa}{r + s}$$

$AD \parallel BE$



۱۲- بر قاعده‌ی BC از مثلث متساوی الساقین $\triangle ABC$ دو نقطه‌ی M و N را چنان اختیار می‌کنیم که $BM = NC$ باشد. این نقاط را به رأس A وصل می‌کنیم، مثلث

AMN همواره چگونه است؟

(۱) غیر مشخص

(۲) متساوی الاضلاع

(۳) متساوی الساقین

(۴) قائم‌الزاویه

۱۳- اگر مثلثی متساوی الساقین باشد، طول ارتفاع وارد بر قاعده برابر کدام است؟

(۱) طول نیمساز زاویه‌ی مقابل قاعده

(۲) طول میانه‌ی یک ضلع دیگر

(۳) طول شعاع دایره‌ی محیطی مثلث

(۴) نصف طول قاعده

۱۴- چند نقطه‌ی متمایز برای رأس C در مثلث ABC واقع در صفحه‌ی مختصات،

می‌توان یافت که فاصله‌ی رأس C از نقطه‌ی A و خط شامل پاره‌خط AB ، به ترتیب ۷ و ۵

واحد باشد؟

خارج - ۱۳۹۹

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



۱۵- در صفحه‌ی یک مثلث چند نقطه می‌توان یافت که از سه ضلع آن مثلث یا امتداد آن‌ها به یک فاصله باشد؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۶- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($\hat{A} = 32^\circ, AC = AB$) قاعده‌ی BC را به اندازه‌ی ساق تا نقطه‌ی D امتداد می‌دهیم، زاویه‌ی ADC چند درجه است؟

(۱) ۳۶

(۲) ۳۴

(۳) ۳۷

(۴) ۲۹

۱۷- یک ساق مثلث متساوی‌الساقین ($AB = AC$) را از طرف رأس A به اندازه‌ی خودش ادامه می‌دهیم نقطه‌ی حاصل و قاعده مثلث، چه نوع مثلثی تشکیل می‌دهد؟

(۱) قائم‌الزاویه

(۲) قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین

(۳) متساوی‌الساقین

(۴) منفرجه‌الزاویه





۱۸- اگر در مثلث متساوی الساقین ABC ، طول نیمساز داخلی زاویه B برابر طول قاعده BC باشد، زاویه A برابر است با :

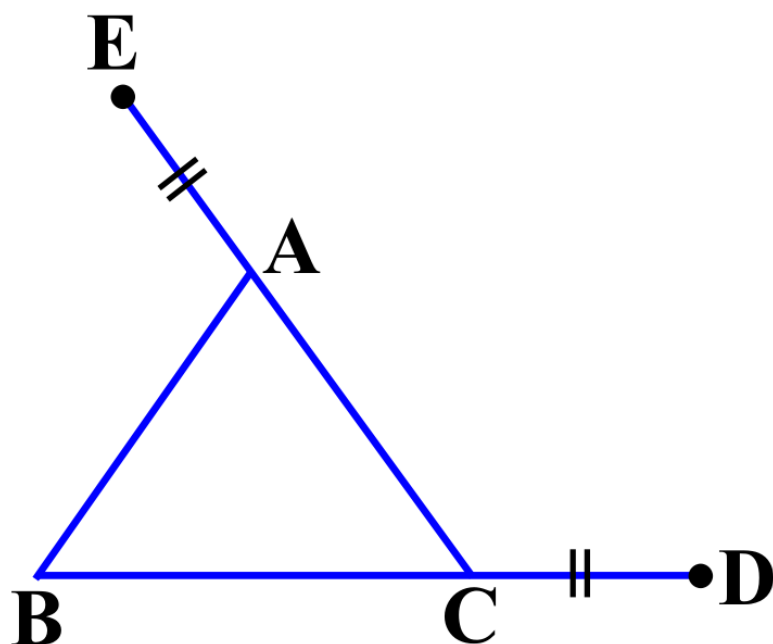
$$\frac{2\pi}{5} \quad (۱)$$

$$\frac{\pi}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{3\pi}{10} \quad (۳)$$

$$\frac{\pi}{10} \quad (۴)$$

۱۹- در مثلث متساوی الاضلاع ABC ، بر روی امتداد دو ضلع BC و CA پاره‌های $CD = AE$ جدا شده است. زاویه بین امتداد DA با BE چند درجه



است؟

$$45^\circ \quad (۱)$$

$$60^\circ \quad (۲)$$

$$75^\circ \quad (۳)$$

$$90^\circ \quad (۴)$$



۲۰- پاره خط AB به اندازه ی ۸ واحد در صفحه ی مختصات، مفروض است. چهار دایره با مراکز A و B و شعاع های ۳ و ۷ واحد رسم می کنیم. نقاط تلاقی دایره های کوچک با دایره های بزرگ، دقیقاً رأس های کدام چهارضلعی هستند؟

سراسری - ۱۳۹۹

(۱) لوزی

(۲) متوازی الاضلاع

(۳) مستطیل

(۴) دوزنقه ی متساوی الساقین

۲۱- در مثلث قائم الزاویه، ارتفاع و میانه ی نظیر وتر، زاویه ی ۱۲ درجه باهم ساخته اند. کوچک ترین زاویه ی این مثلث، چند درجه است؟

سراسری - ۱۳۹۷

(۱) ۳۴

(۲) ۳۸

(۳) ۳۷

(۴) ۳۹

۲۲- در چهارضلعی محدب ABCD، رابطه ی $\frac{\hat{A}}{3} = \frac{\hat{B}}{4} = \frac{\hat{C}}{5} = \frac{\hat{D}}{12}$ ، بین زاویه ها برقرار است. زاویه ی حاده بین نیمسازهای داخلی دو زاویه ی متقابل \hat{A} و \hat{C} ، چند درجه است؟

سراسری - ۱۳۹۶

(۱) ۲۰

(۲) ۲۵

(۳) ۳۰

(۴) ۳۵

۲۳- در یک متوازی الاضلاع با زاویه ی ۶۰ درجه، نیمسازهای دو زاویه ی مجاور ضلع بزرگ، روی ضلع دیگر آن متقاطع اند. اگر محیط این متوازی الاضلاع $12\sqrt{3}$ باشد،

سراسری - ۱۳۹۷

مساحت آن کدام است؟

(۱) $9\sqrt{3}$

(۲) ۱۸

(۳) $12\sqrt{3}$

(۴) $18\sqrt{3}$

۲۴- در چهارضلعی محدب ABCD، رابطه ی $\frac{\hat{A}}{4} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{C} + \hat{D}}{11}$ ، بین زاویه ها برقرار

است. زاویه ی حاده بین نیمسازهای داخلی دو زاویه ی مجاور \hat{A} و \hat{B} ، چند درجه است؟

خارج - ۱۳۹۶

(۱) ۵۰

(۲) ۶۰

(۳) ۷۰

(۴) ۷۵

۲۵- در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$)، نیمساز خارجی \hat{A} و نیمساز

داخلی \hat{B} در نقطه ی D متقاطعند، طول پاره خط AD برابر کدام جزء مثلث است؟

(۱) AC

(۲) طول نیمساز داخلی \hat{B}

(۳) BC

(۴) شعاع دایره محیطی

۲۶- در مثلث ABC ، اضلاع $AB = 4$ و $AC = 6$ و $BC = 7$ است. از رأس C خطی

موازی میانه AM رسم شده و امتداد BA را در نقطه D قطع کرده است. اندازه BD ، کدام است؟

خارج - ۱۳۹۸

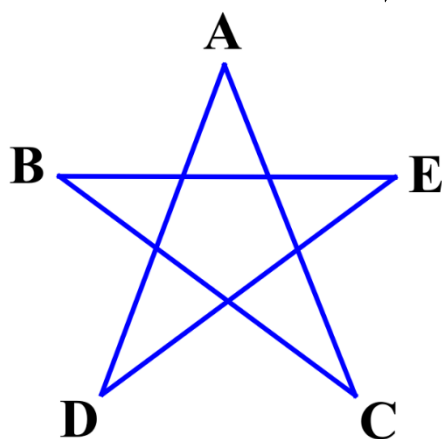
(۱) $7/5$

(۲) ۸

(۳) $8/5$

(۴) ۹

۲۷- در شکل مقابل مجموع زوایای A و B و C و D و E کدام است؟

(۱) 180° (۲) 270° (۳) کمتر از 180° (۴) بین 180° و 270°

۲۸- در یک دوزنقه، پاره خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل کند، مساحت آن

را به نسبت‌های ۱ و ۲ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های آن دوزنقه، کدام است؟

سراسری - ۱۳۹۸

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{2}{5}$



۲۹- در یک دایره به مرکز O ، شعاع OA را به اندازه خود تا نقطه B امتداد می‌دهیم. از نقطه B بر مماس دلخواه دایره عمود BD را فرود می‌آوریم. اگر $\hat{ADB} = 34^\circ$ باشد، زاویه \hat{OAD} چند درجه است؟

(۱) ۶۸

(۲) ۷۳

(۳) ۱۰۲

(۴) ۱۴۶

۳۰- در مثلث ABC ، داریم $\hat{B} = 50^\circ$ و $\hat{C} = 60^\circ$ نیمساز داخلی زاویه A و عمود منصف ضلع BC در نقطه M متقاطع‌اند، \hat{MBC} چند درجه است؟

(۱) ۲۵

(۲) ۳۰

(۳) ۳۵

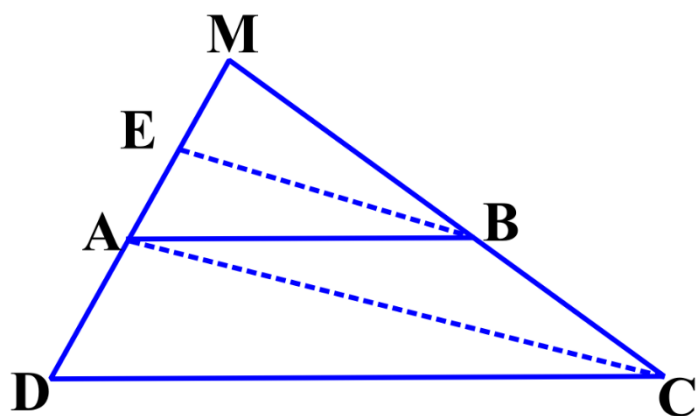
(۴) ۴۰

۳۱- در مستطیل $ABCD$ به طول $AB = 17$ ، از نقطه A عمود AH بر قطر BD رسم شده است. اگر $BH = 15$ باشد، طول قطر مستطیل از عدد ۱۹، چقدر بیشتر است؟

(۱) $\frac{4}{15}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{7}{15}$ (۴) $\frac{2}{5}$ 

۳۲- در دوزنقه‌ی $ABCD$ ، پاره خط BE موازی قطر AC است. اگر $AD = ۷$ و

$AE = ۳$ باشد، فاصله‌ی MD کدام است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۲/۲۵

(۳) ۱۲/۵

(۴) ۱۲/۷۵

۳۳- در دوزنقه‌ای اندازه‌ی قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط

مثلی که از امتداد ساق‌ها در بیرون دوزنقه تشکیل شود، کدام است؟ سراسری - ۱۳۹۴

(۱) ۱۱/۴

(۲) ۱۱/۶

(۳) ۱۲/۲

(۴) ۱۲/۸

۳۴- در شکل مقابل $DE \parallel BN$ و $DN \parallel BC$ و $AE = ۴$ و $EN = ۶$ ، اندازه‌ی AC

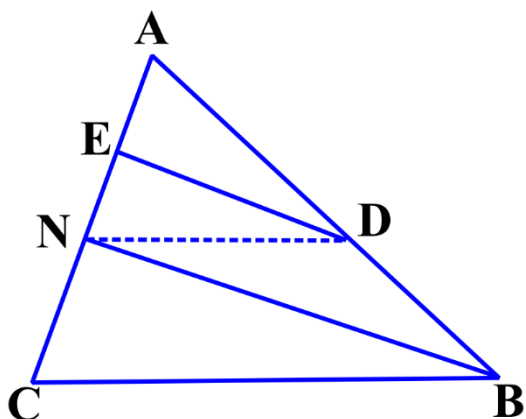
کدام است؟

(۱) ۱۸

(۲) ۲۰

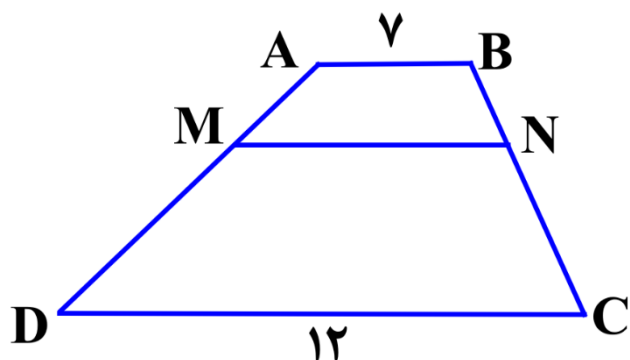
(۳) ۲۴

(۴) ۲۵



۳۵- در ذوزنقهی $ABCD$ ، پاره خط MN موازی قاعده‌ها و $\frac{MA}{MD} = \frac{2}{3}$ است. اندازه‌ی

MN ، کدام است؟



۸ (۱)

۸/۷۵ (۲)

۹ (۳)

۹/۵ (۴)

۳۶- در مثلث ABC به اضلاع $AB = ۶$ و $AC = ۴$ و $BC = ۴$ نقاط D و E و F را به ترتیب بر AB و BC و AC انتخاب کرده‌ایم. اگر چهارضلعی $ADEF$ لوزی باشد،

طول AD کدام است؟

۲ (۱)

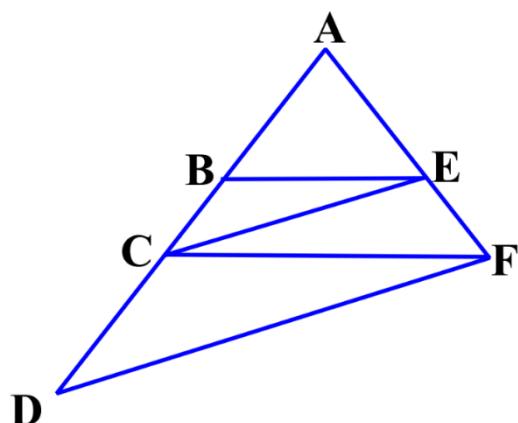
$\frac{۵}{۲}$ (۲)

۳ (۳)

$\frac{۱۲}{۵}$ (۴)

۳۷- در شکل مقابل $BE \parallel CF$ و $CE \parallel DF$ است. اگر $AB = ۵$ و $BC = ۳$ ، آنگاه

اندازه‌ی CD کدام است؟



۴/۵ (۱)

۴/۸ (۲)

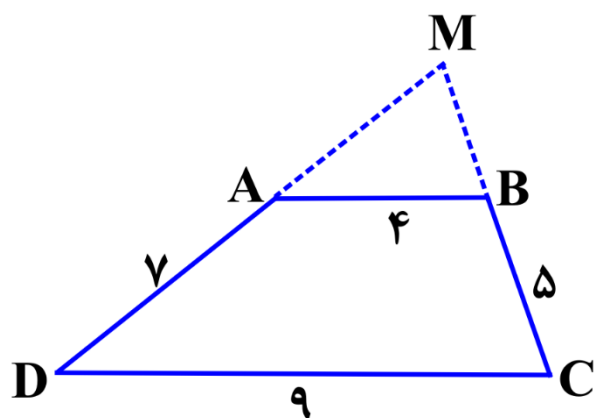
۵/۴ (۳)

۵/۶ (۴)

۳۸- اندازه‌ی اضلاع دوزنقه ABCD مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث

MAB، کدام است؟

سراسری - ۱۳۹۹



۱۳/۲ (۱)

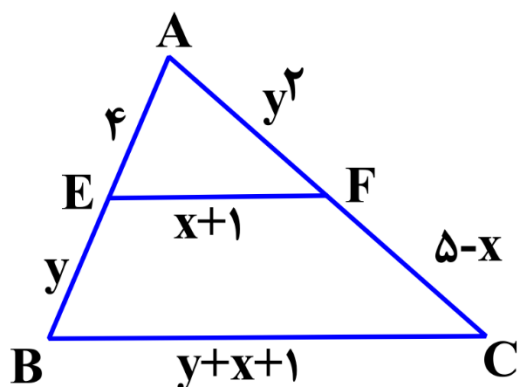
۱۳/۶ (۲)

۱۴/۴ (۳)

۱۴/۸ (۴)

۳۹- در شکل زیر EF موازی BC است. مقدار $y - 2x$ کدام است؟

سراسری - ۱۴۰۰



-۴ (۱)

-۲ (۲)

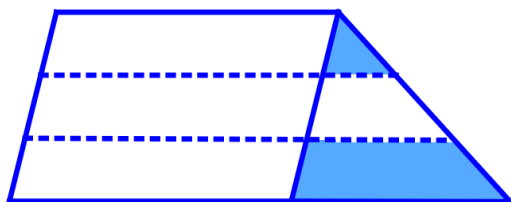
۲ (۳)

۴ (۴)

۴۰- یک ساق دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره خط

موازی یکدیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه‌ی سایه‌زده، کدام است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۸



$\frac{1}{6}$ (۱)

$\frac{1}{5}$ (۲)

$\frac{2}{9}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۴)

۴۱- در مثلث ABC ، ضلع AB بزرگ‌تر از ضلع AC است. هر یک از میانه‌های BM و CN را از وسط اضلاع به اندازه‌ی خود تا D و E امتداد می‌دهیم. نسبت مساحت

مثلث DBC به مساحت مثلث EBC ، کدام است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۷

(۱) کمتر از ۱

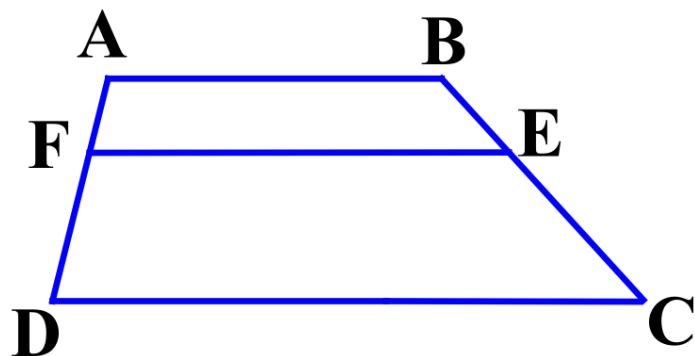
(۲) بیشتر از ۱

(۳) مساوی ۱

(۴) بستگی به ضلع سوم دارد.

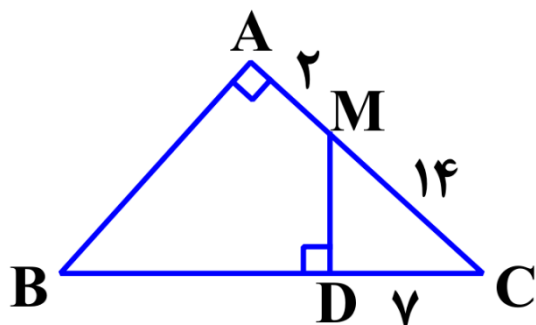
۴۲- در ذوزنقه‌ی $ABCD$ ، قاعده‌ی بزرگ $\frac{5}{2}$ قاعده‌ی کوچک است و $AF = \frac{1}{4}AD$ و

EF موازی قاعده است. نسبت $\frac{EF}{CD}$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{11}{20}$ (۲) $\frac{7}{15}$ (۳) $\frac{8}{15}$ (۴) $\frac{3}{5}$

سراسری - ۱۳۸۶

۴۳- در شکل مقابل $\hat{A} = \hat{D}$ ، طول BD چند واحد است؟



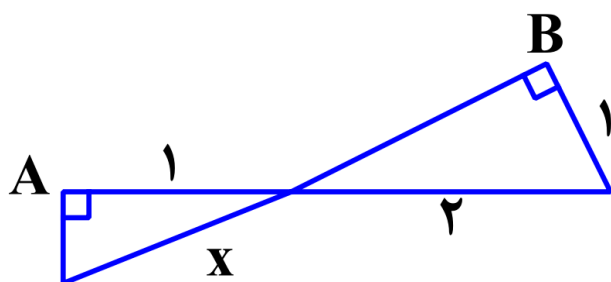
(۱) ۲۲

(۲) ۲۳

(۳) ۲۴

(۴) ۲۵

۴۴- در شکل مقابل دو زاویه ی A و B قائمه‌اند. مقدار x چقدر است؟



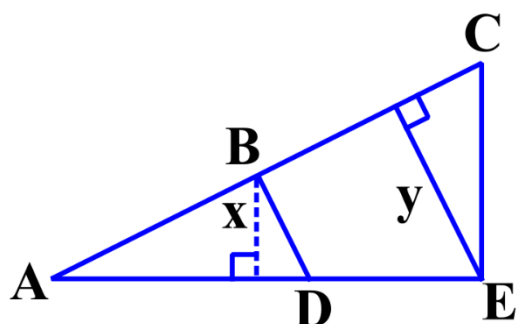
$$(1) \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$(2) \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

$$(3) \frac{4}{3}$$

$$(4) \frac{3}{2}$$

۴۵- در شکل مقابل $AD = 8$ ، $DE = 4$ ، $AB = 6$ و $BC = 10$ ، نسبت $\frac{x}{y}$ کدام است؟



$$(1) \frac{1}{2}$$

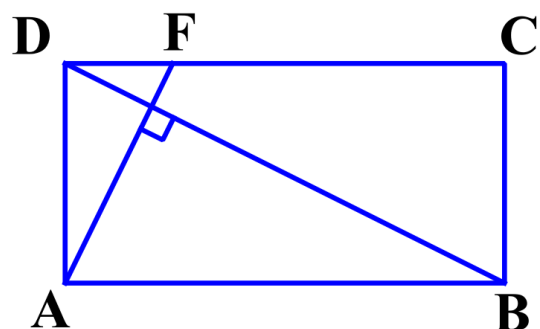
$$(2) \frac{5}{9}$$

$$(3) \frac{2}{3}$$

$$(4) \frac{4}{5}$$

۴۶- در شکل زیر چهارضلعی ABCD یک مستطیل است. F نقطه‌ای است روی

ضلع DC به طوری که $AF \perp BD$. اگر $AB = 3AD$ باشد، DC چند برابر DF



است؟

$$(1) 8$$

$$(2) 9$$

$$(3) 4$$

$$(4) 6$$



۴۷- مثلثی به اضلاع a و b و 3 با مثلثی به طول اضلاع 5 و 4 و 3 متشابه است. دو

مثلث انطباق نیستند، بیشترین محیط از مثلث اول کدام است؟

سراسری - ۱۳۹۰

۱۳/۵ (۱)

۹ (۲)

۱۰ (۳)

۷/۲ (۴)

۴۸- درون مثلثی به اضلاع 9 و 7 و 5 واحد، مثلث دیگر طوری رسم می‌کنیم که اضلاع آن موازی اضلاع مثلث اصلی باشد. اگر بزرگترین ضلع این مثلث 6 واحد باشد

مساحت محدود به این دو مثلث، چند برابر مساحت مثلث کوچکتر است؟

خارج - ۱۳۹۵

۰/۷۵ (۱)

۱ (۲)

۱/۲۵ (۳)

۱/۵ (۴)

۴۹- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = \frac{\pi}{2}$) اگر $AC = 2AB$ ، ارتفاع AH رسم شده

است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث ABH است؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)



۵۰- مثلثی به اضلاع ۵، ۴ و a ، با مثلثی به طول اضلاع ۹ و ۷ و b ، متشابه است. بیشترین

مقدار ممکن برای عدد a ، کدام است؟

$$\frac{36}{7} \quad (1)$$

$$\frac{45}{7} \quad (2)$$

$$\frac{36}{5} \quad (3)$$

$$\frac{35}{4} \quad (4)$$

۵۱- در مثلث ABC داریم $\hat{A} = 70^\circ$ و $\hat{B} = 50^\circ$ و ضلع $AB = 18$ ، در مثلث MNP

داریم $\hat{N} = 60^\circ$ و $\hat{M} = 70^\circ$ ، اگر مساحت مثلث ABC ، برابر $\frac{9}{4}$ مساحت مثلث MNP

باشد، ضلع MP چقدر است؟

سراسری - ۱۳۸۶

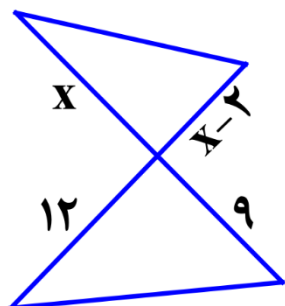
$$12 \quad (1)$$

$$16 \quad (2)$$

$$24 \quad (3)$$

$$27 \quad (4)$$

۵۲- در شکل مقابل دو مثلث متشابه‌اند، نسبت مساحت آن دو مثلث کدام است؟



$$\frac{4}{9} \quad (1)$$

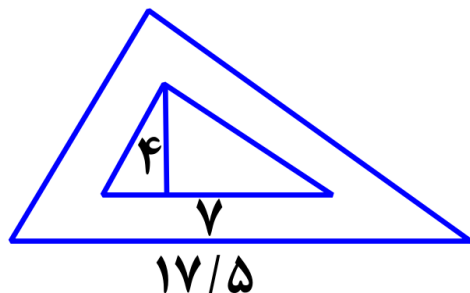
$$\frac{9}{16} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

۵۳- اضلاع مثلث کوچک تر موازی اضلاع مثلث بزرگ تر است. مساحت مثلث

بزرگ تر کدام است؟



(۱) ۷۷/۵

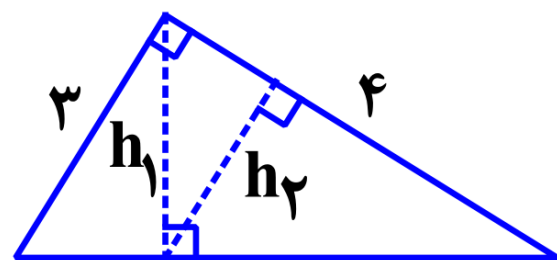
(۲) ۷۸/۵

(۳) ۸۷/۵

(۴) ۸۸/۵

۵۴- در شکل زیر، h_1 و h_2 ارتفاع های دو مثلث قائم الزاویه هستند. نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ کدام

است؟



(۱) $\frac{3}{5}$

(۲) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{3}{4}$

۵۵- نسبت مساحت های دو پنج ضلعی منتظم برابر با $\frac{4}{9}$ است. اگر اندازه ی ضلع از

آن ها ۶ باشد، اندازه ی ضلع دیگر برابر کدام است؟

(۱) ۴ یا ۸

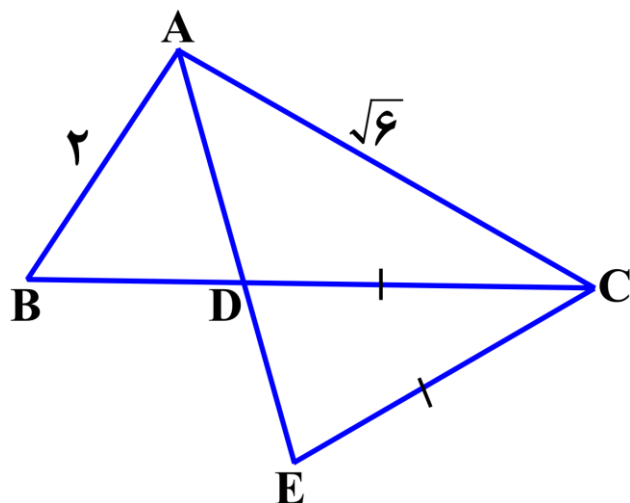
(۲) ۴ یا ۹

(۳) ۹ یا ۸

(۴) ۵ یا ۱۲

۵۶- در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A و $CE = CD$ است. نسبت مساحت‌های دو

مثلث ACE و ABD کدام است؟



$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

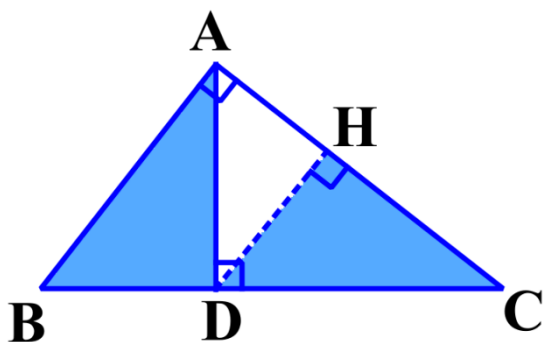
$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (4)$$

۵۷- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ است.

سراسری - ۱۳۹۹

نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه ABD و HCD کدام است؟



$$\frac{3}{7} \quad (1)$$

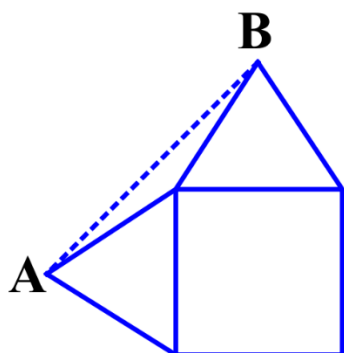
$$\frac{4}{7} \quad (2)$$

$$\frac{16}{21} \quad (3)$$

$$\frac{8}{9} \quad (4)$$

۵۸- بر روی دو ضلع مجاور مربعی به ضلع ۲ واحد، مثلث‌های متساوی الاضلاع

ساخته شده است. فاصله AB چند واحد است؟



$$1 + 2\sqrt{3} \quad (1)$$

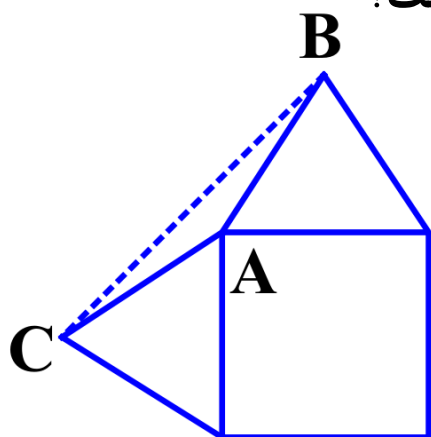
$$3 + \sqrt{3} \quad (2)$$

$$3 + \sqrt{2} \quad (3)$$

$$\sqrt{6} + \sqrt{2} \quad (4)$$

۵۹- بر روی دو ضلع مجاور مربعی به ضلع ۲ واحد، مثلث‌های متساوی الاضلاع

ساخته شده است. مساحت مثلث ABC چند واحد مربع است؟



(۱) $\sqrt{3} - 1$

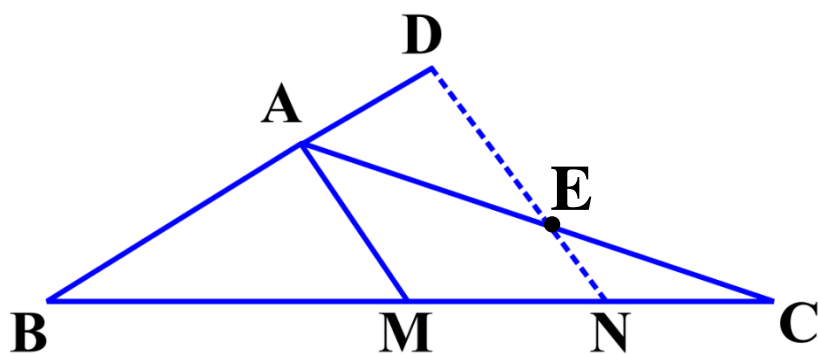
(۲) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

(۳) ۱

(۴) $\sqrt{3}$

۶۰- در مثلث ABC ($AB = \frac{2}{3}AC$)، پاره خط ND موازی میانه‌ی AM است. نسبت

$\frac{AD}{AE}$ کدام است؟



(۱) $\frac{4}{9}$

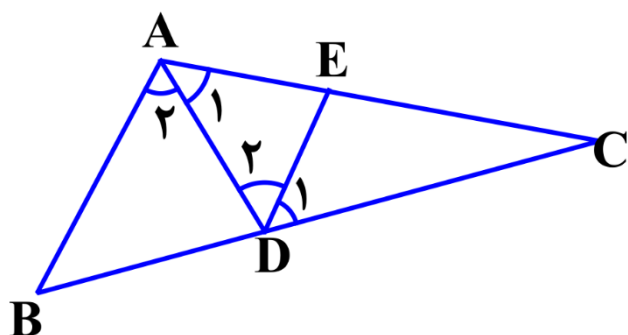
(۲) $\frac{5}{9}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{4}{5}$

۶۱- در شکل مقابل $\angle A = 60^\circ$ و $AB = 3AC = 5AD$ نیمساز زاویه‌ی A است. $DE \parallel AB$

اندازه‌ی EC کدام است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۲/۵

(۳) ۱۳/۵

(۴) ۱۵

۶۲- در یک دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه، از نقطه‌ی O محل تلاقی قطرهای، خطی موازی

قاعده‌ها رسم شود. ساق قائم را در A و ساق مایل را در B قطع می‌کند. نسبت $\frac{OA}{OB}$

چگونه است؟

(۱) کوچکتر از ۱

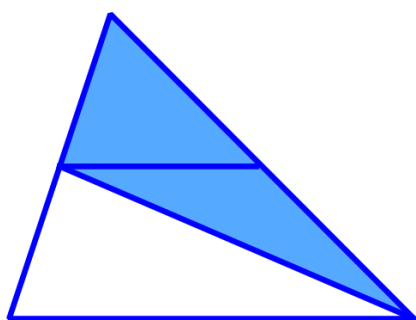
(۲) مساوی ۱

(۳) بزرگتر از ۱

(۴) متغیر نسبت به اضلاع

۶۳- در شکل زیر، نسبت قاعده‌های دوزنقه $\frac{3}{5}$ است. مساحت مثلث سایه زده، چند

برابر مساحت دوزنقه است؟



(۱) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{7}{8}$

(۳) $\frac{14}{15}$

(۴) $\frac{15}{16}$

۶۴- در شکل روبه‌رو، ABCD متوازی‌الاضلاع است. حاصل $MP \times MN$ برابر کدام

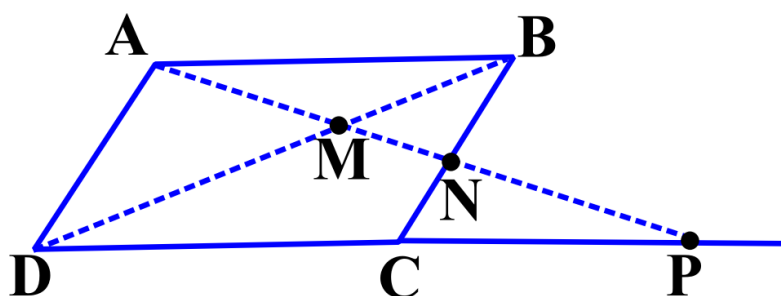
است؟

(۱) AB^2

(۲) AD^2

(۳) MD^2

(۴) MA^2





۶۵- در مثلث قائم الزاویه به طول اضلاع قائم ۶ و ۸ واحد فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی

میانه‌ها از بزرگترین ضلع این مثلث کدام است ؟

(۱) $\frac{1}{5}$

(۲) $\frac{1}{6}$

(۳) $\frac{1}{8}$

(۴) ۲

۶۶- اندازه‌ی قاعده‌های یک دوزنقه ۶ و ۹ واحد و طول پاره‌خطی که دو نقطه وسط

قاعده‌ها را به هم وصل کند برابر ۱۲ واحد است. فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو قطر این

دوزنقه از وسط قاعده‌ی کوچکتر چقدر است؟

(۱) $\frac{3}{6}$

(۲) $\frac{4}{2}$

(۳) $\frac{4}{8}$

(۴) $\frac{5}{4}$

۶۷- اندازه‌ی دو ضلع قائم از مثلث قائم الزاویه‌ای ۲ و ۶ واحد است. عمودمنصف وتر،

امتداد ضلع کوچکتر را در M قطع می‌کند. فاصله‌ی M از نزدیکترین رأس این مثلث

چند واحد است؟

(۱) $\frac{7}{5}$

(۲) ۸

(۳) $\sqrt{80}$

(۴) $\frac{25}{3}$



۶۸- در مثلث قائم الزاویه ABC ، اضلاع قائم $AB = 3\sqrt{5}$ و $AC = 6$ ارتفاع AH و

میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH

است؟

سراسری - ۱۳۹۸

۱۰ (۱)

۱۲ (۲)

۱۵ (۳)

۱۸ (۴)

۶۹- در یک دوزنقه‌ی متساوی الساقین، طول قاعده‌ها ۱۵ و ۹ واحد و اندازه‌ی ساق‌ها

۵ واحد است. فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو ساق این دوزنقه از قاعده‌ی کوچک‌تر چند

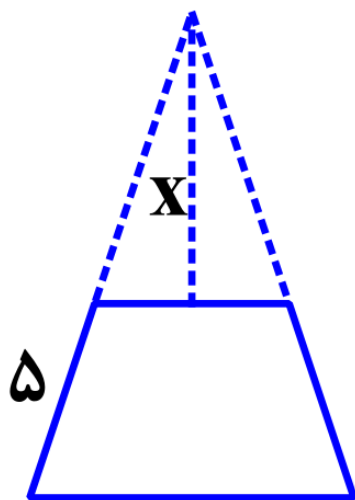
واحد است؟

۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)



۷۰- در شکل مقابل، ارتفاع هر دو مثلث قائم الزاویه رسم شده است. اندازه‌ی X کدام

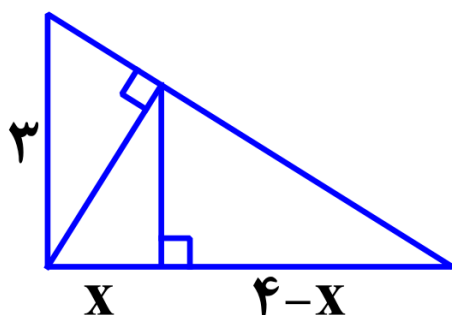
است؟

۱/۹۶ (۱)

۱/۵۶ (۲)

۱/۶۴ (۳)

۱/۴۴ (۴)



۷۱- در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع واحد مربعی محاط کرده‌ایم. طول ضلع این

مربع کدام است؟

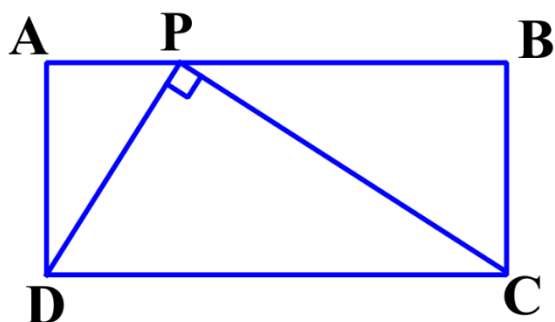
(۱) $2\sqrt{2} - 2$

(۲) $2\sqrt{3} - 3$

(۳) $\sqrt{3} - 1$

(۴) $4 - 2\sqrt{3}$

۷۲- در مستطیل شکل مقابل $\hat{P} = 90^\circ$ ، $AP = BP = 9$ ، طول DP کدام است؟



(۱) ۵

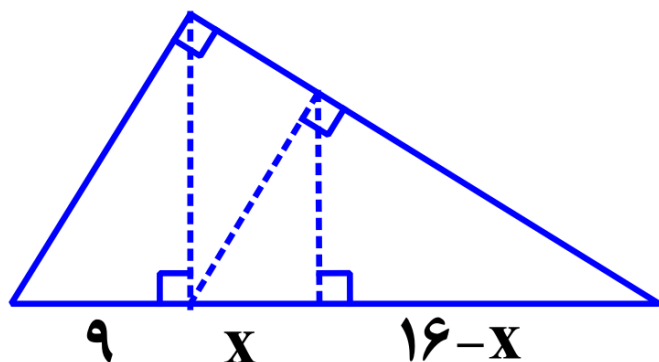
(۲) $3\sqrt{3}$

(۳) $4\sqrt{3}$

(۴) ۶

۷۳- در شکل مقابل، ارتفاع هر سه مثلث قائم‌الزاویه رسم شده است. اندازه‌ی x

کدام است؟



(۱) ۴/۵۴

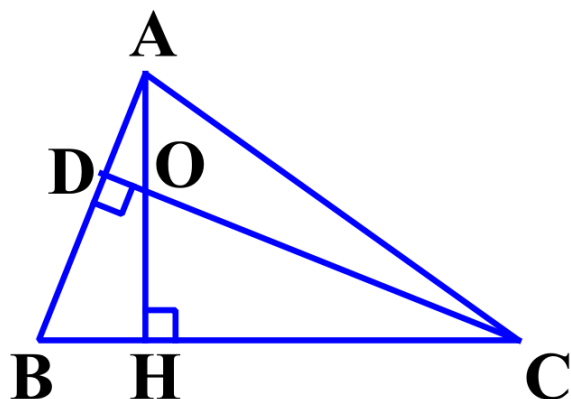
(۲) ۵/۳۶

(۳) ۵/۷۶

(۴) ۶/۷۵

۷۴- در شکل مقابل AH و CD دو ارتفاع مثلث ABC هستند. اگر

$$DO = 5, AD = OH = \frac{1}{3} OH = 12, \text{ طول } HC \text{ کدام است؟}$$



(۱) ۱۶۵

(۲) ۱۷۰

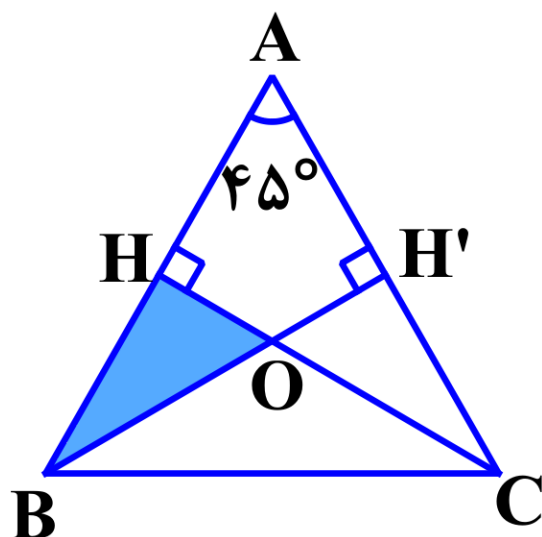
(۳) ۱۷۵

(۴) ۱۸۰

۷۵- در شکل زیر مثلث ABC متساوی الساقین و طول ساق AB برابر ۸ واحد است.

مساحت مثلث OHB کدام است؟

خارج از کشور - ۱۴۰۰



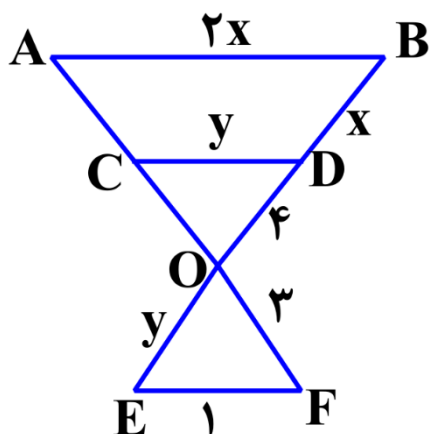
$$(1) \frac{6}{2 + \sqrt{3}}$$

$$(2) \frac{8}{2 + \sqrt{3}}$$

$$(3) \frac{12}{3 + 2\sqrt{3}}$$

$$(4) \frac{16}{3 + 2\sqrt{3}}$$

۷۶- در شکل زیر AB ، CD و EF موازی اند. طول پاره خط AC کدام است؟



$$(1) \frac{3}{4}$$

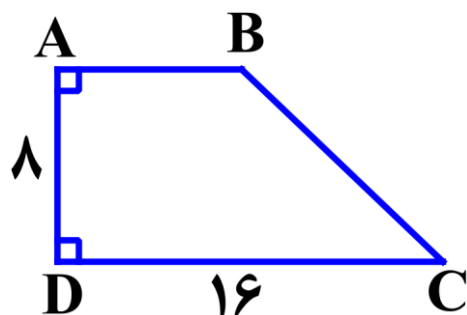
$$(2) \frac{4}{3}$$

$$(3) 2$$

$$(4) 3$$

۷۷- در شکل مقابل، اگر عمود منصف قطر AC، قاعده CD را در نقطه M قطع کند،

آن گاه طول پاره خط MD کدام است؟



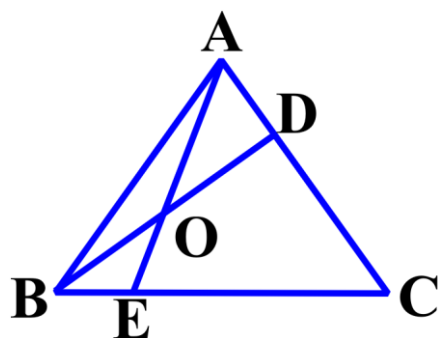
(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

۷۸- در شکل زیر اگر $\frac{AD}{AC} = \frac{BE}{CE} = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{OE}{OA}$ کدام است؟

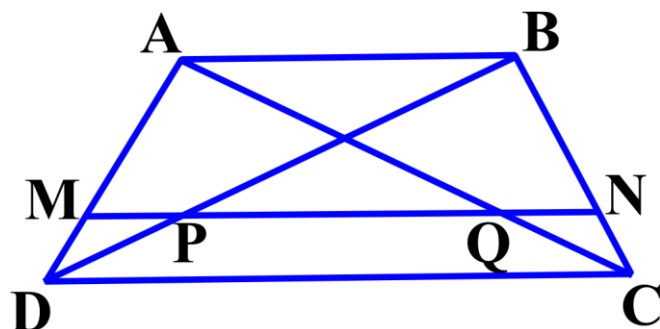
(۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{3}{4}$

(۴) ۱

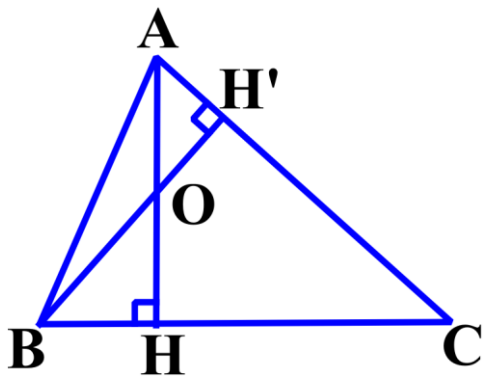
۷۹- در شکل زیر اندازه قاعده بزرگ دوزنقه ABCD، سه برابر اندازه قاعده کوچک

آن است. اگر پاره خط MN موازی دو قاعده و $\frac{AM}{MD} = 2$ باشد، آنگاه مساحت

چهارضلعی ABQP چند برابر مساحت چهارضلعی PQCD است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{6}{5}$ (۳) $\frac{9}{8}$ (۴) $\frac{8}{7}$

۸۰- در شکل مقابل، اگر $OA = 6$ ، $OH = 2$ و $CH = 8$ باشد، طول BH کدام است؟



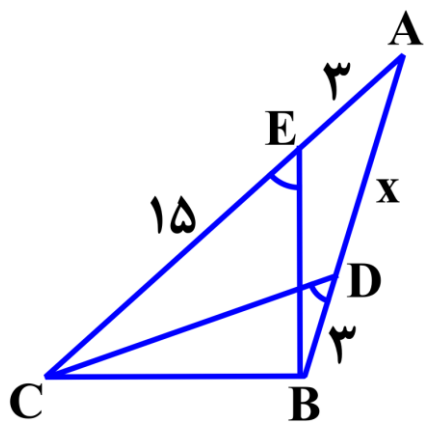
(۱) ۵/۵

(۲) ۶

(۳) ۶/۲۵

(۴) ۶/۷۵

۸۱- در شکل مقابل $\hat{C}EB = \hat{C}DB$ است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، مقدار x کدام است؟



(۱) ۵

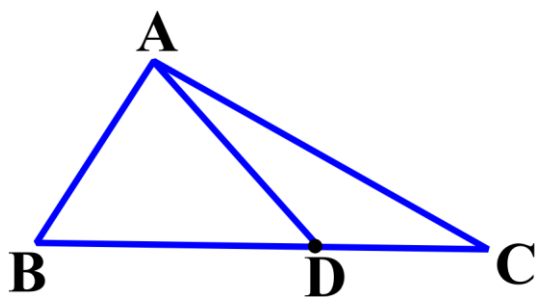
(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۹

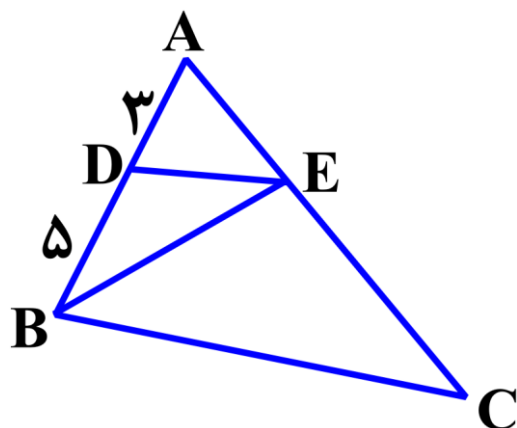
۸۲- در مثلث ABC ، اگر $AB = AD = 5$ ، $AC = 7$ و $BC = 9$ باشد، حاصل $\frac{DC}{BD}$

کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{5}{7}$ (۳) $\frac{5}{13}$ (۴) $\frac{8}{19}$

۸۳- در شکل مقابل چهارضلعی DBCE دوزنقه است. مساحت مثلث BCE چند

برابر مساحت مثلث DEB است؟



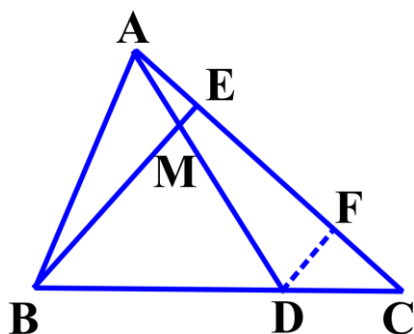
$$\frac{5}{3} \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{7}{3} \quad (3)$$

$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

۸۴- در شکل زیر، $BE \parallel DE$ ، $CD = \frac{1}{3}BC$ و $AM = \frac{1}{3}AD$ است. $\frac{AC}{AE}$ کدام است؟



$$4 \quad (1)$$

$$3 \quad (2)$$

$$5 \quad (3)$$

$$2/5 \quad (4)$$

۸۵- قاعده‌های یک دوزنقه به نسبت ۱ به ۲ هستند. اندازه پاره‌خطی موازی قاعده‌ها

که مساحت دوزنقه را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. چند برابر طول قاعده

کوچک است؟

$$\frac{\sqrt{10}}{3} \quad (1)$$

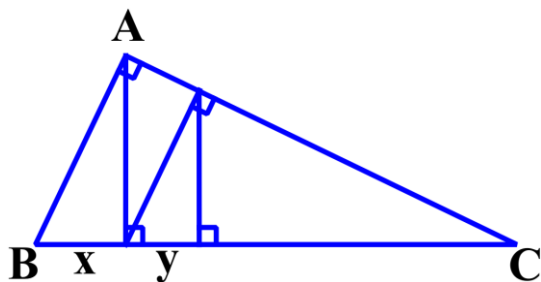
$$\frac{\sqrt{10}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (4)$$

۸۶- در مثلث قائم الزویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) به طول اضلاع $AB = 3$ و $AC = 4$ ،

نسبت $\frac{x}{y}$ کدام است؟



$$\frac{25}{16} \quad (1)$$

$$\frac{25}{9} \quad (2)$$

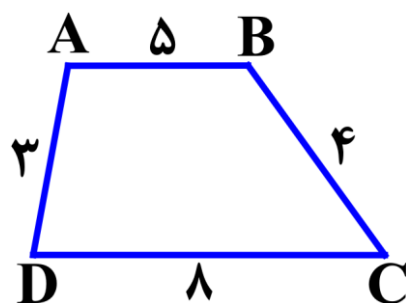
$$\frac{16}{9} \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

۸۷- دوزنقه $ABCD$ مطابق شکل زیر داده شده است. اگر E و F روی ضلع CD به

گونه‌ای باشند که $AE \parallel BC$ و $BF \parallel AD$ شود و امتداد BF و AE همدیگر را در

نقطه G قطع کنند، محیط مثلث EFG کدام است؟



$$\frac{20}{3} \quad (1)$$

$$\frac{22}{3} \quad (2)$$

$$\frac{40}{3} \quad (3)$$

$$\frac{50}{3} \quad (4)$$

۸۸- در دوزنقه $ABCD$ به قاعده کوچک $AB = 4$ ، پاره خط‌های EF و GH موازی با

قاعده‌ها رسم شده‌اند. به طوری که داریم $GD = 10$ ، $EG = 6$ ، $AE = 15$ و نیز $CH = 18$.

در این صورت اختلاف اندازه‌های EF و CD کدام است؟ (G و E روی ساق AD و F

و H روی ساق BD قرار دارند.)

$$12 \quad (1)$$

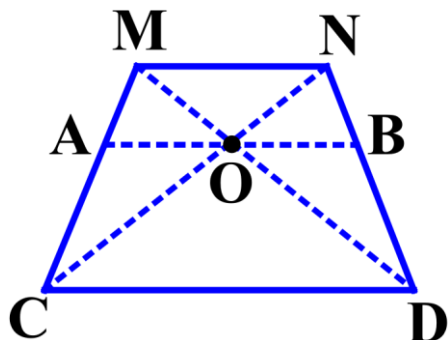
$$14 \quad (2)$$

$$16 \quad (3)$$

$$18 \quad (4)$$

۸۹- در ذوزنقه شکل زیر، اگر $\frac{OB}{MN} = \frac{4}{10}$ باشد، آن گاه نسبت $\frac{MC}{AM}$ کدام است؟

($AB \parallel MN \parallel CD$)



(۱) $\frac{1}{6}$

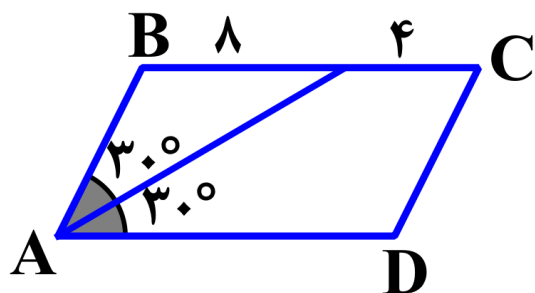
(۲) $\frac{5}{3}$

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) $\frac{4}{3}$

۹۰- در متوازی الاضلاع ABCD مطابق شکل زیر نیمساز AM را رسم کرده ایم.

مساحت مثلث AMD چقدر است؟



(۱) ۶

(۲) $6\sqrt{3}$

(۳) ۱۲

(۴) $24\sqrt{3}$

۹۱- در مثلث ABC، داریم: $\hat{A} = 120^\circ$ و $\hat{B} = 40^\circ$. اگر نیمساز داخلی زاویه C،

عمود منصف ضلع BC را در نقطه D قطع کند، آن گاه BD زاویه B را به چه نسبتی

تقسیم می کند؟

(۱) $\frac{1}{2}$

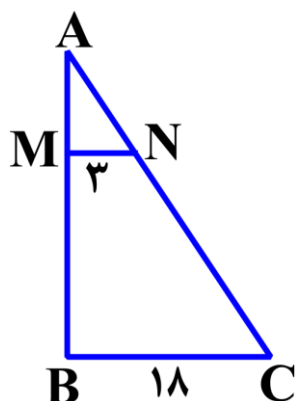
(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{6}$

۹۲- مطابق شکل مثلث ABC مفروض است. اگر $MN \parallel BC$ و محیط مثلث AMN

برابر ۸ واحد باشد، حاصل $MB + NC$ کدام است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۶

(۳) ۲۰

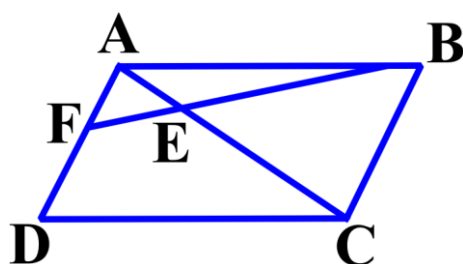
(۴) ۲۵

۹۳- در متوازی الاضلاع $ABCD$ از نقطه B خطی رسم کرده ایم که قطر AC و ضلع

AD را به ترتیب در نقاط E و F قطع کرده است. اگر $AC = ۵AE$ باشد، نسبت $\frac{AF}{DF}$

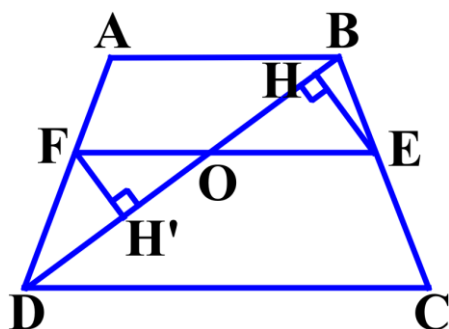
کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$ 

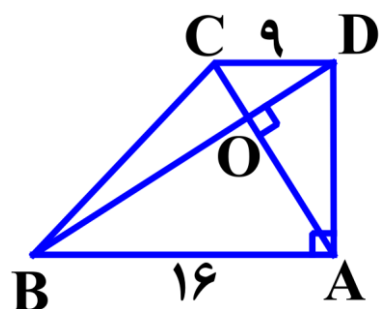
۹۴- اگر در دوزنقه روبه رو $AB = \frac{3}{4}CD$ و $CE = ۲BE$ حاصل $\frac{EH}{FH}$ کدام است؟

(FE موازی قاعده های دوزنقه است.)

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۹۵- در دوزنقه قائم الزاویه مقابل، قطرهای بر هم عمود هستند. مساحت دوزنقه کدام

است؟



۳۰۰ (۱)

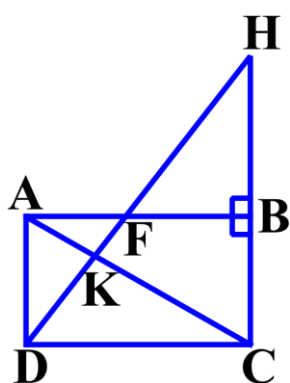
۲۵۰ (۲)

۲۰۰ (۳)

۱۵۰ (۴)

۹۶- چهارضلعی ABCD مستطیل بوده و $DK = ۶$ و $FH = ۵$ می باشد. طول

پاره خط KF کدام است؟ (نقاط H، F، K و D در یک راستا هستند.)



۹ (۱)

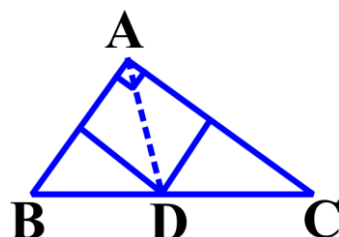
۵ (۲)

۴ (۳)

۴/۵ (۴)

۹۷- در مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائم ۳ و ۷ واحد، طول نیمساز داخلی زاویه قائمه

کدام است؟

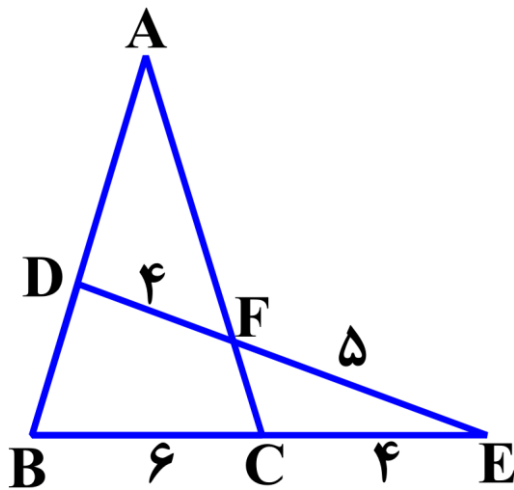


$1/4\sqrt{2}$ (۱)

۲/۱ (۲)

۲/۸ (۳)

$2/1\sqrt{2}$ (۴)



(۱) $\frac{7}{8}$

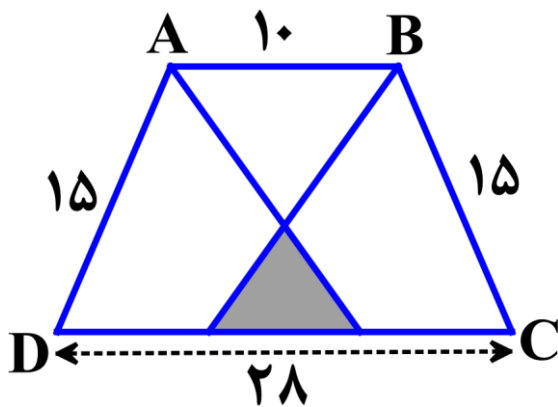
(۲) $\frac{8}{7}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{4}{3}$

۹۹- در دوزنقه متساوی الساقین روبه‌رو، از رأس‌های A و B، خط‌هایی موازی ساق‌ها

رسم کرده‌ایم. مساحت مثلث رنگی کدام است؟



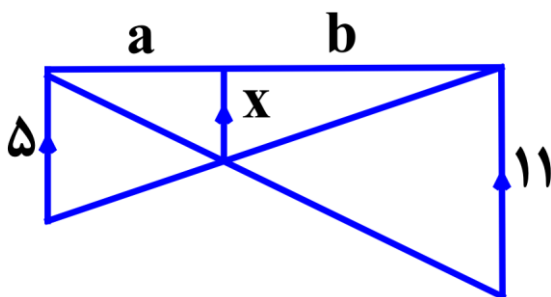
(۱) $\frac{80}{3}$

(۲) ۲۷

(۳) $\frac{64}{3}$

(۴) ۲۲

۱۰۰- در شکل زیر، مقدار x کدام است؟



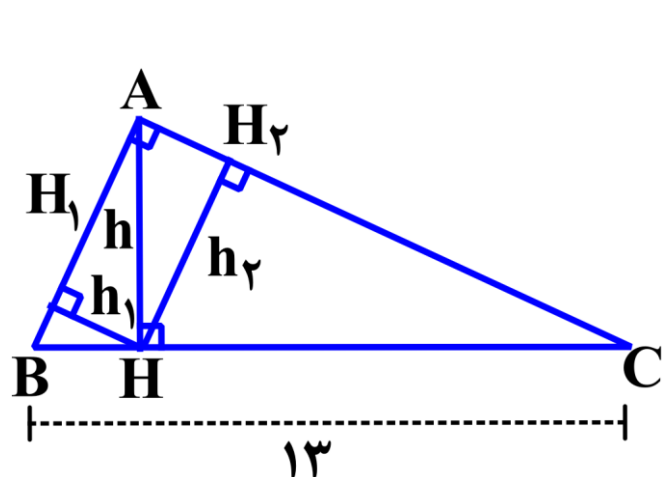
(۱) $\frac{16}{55}$

(۲) $\frac{55}{18}$

(۳) $\frac{18}{55}$

(۴) $\frac{55}{16}$

۱۰۱- در شکل زیر، نسبت مساحت مثلث AHC به ABH برابر ۵/۷۶ است. نسبت



$\frac{h}{h_1}$ کدام است؟

۲/۴ (۱)

۲/۶ (۲)

۱/۲ (۳)

۳/۴ (۴)

۱۰۲- در شکل مقابل G وسط BC و $AD = AC$ و $AF = FG$ و $BE = AB$

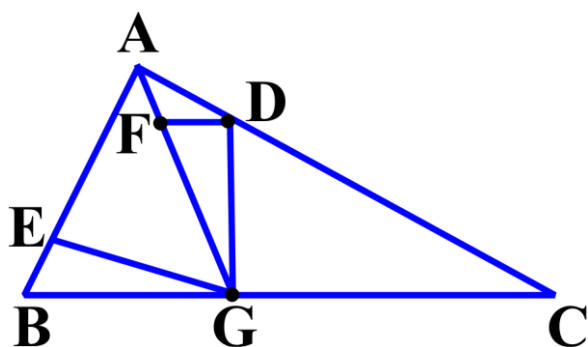
است. حاصل $\frac{S_{GFD}}{S_{BEG}}$ کدام است؟

$\frac{4}{9}$ (۱)

$\frac{5}{6}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{8}{9}$ (۴)



۱۰۳- در مثلث ABC شکل زیر، DE موازی AB است. در این صورت مساحت

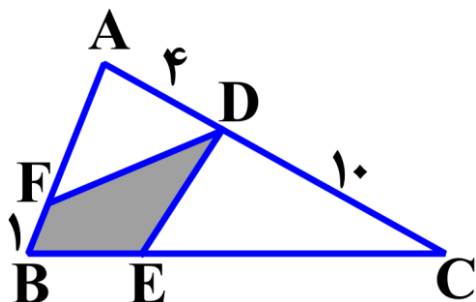
قسمت رنگ شده چه کسری از مساحت ABC است؟

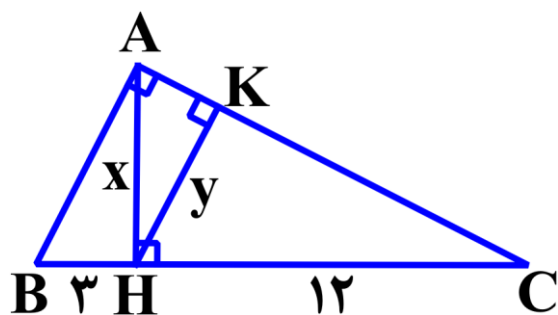
$\frac{47}{196}$ (۱)

$\frac{45}{126}$ (۲)

$\frac{163}{252}$ (۳)

$\frac{81}{126}$ (۴)



۱۰۴- در شکل زیر، مقدار y کدام است؟

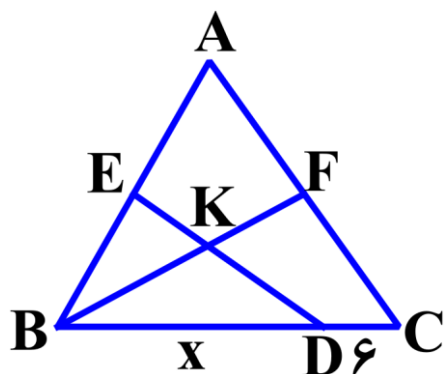
$$\frac{8\sqrt{5}}{5} \quad (1)$$

$$\frac{12\sqrt{5}}{5} \quad (2)$$

$$4\sqrt{3} \quad (3)$$

$$8\sqrt{3} \quad (4)$$

۱۰۵- در شکل زیر، نقطه‌های E و F به ترتیب وسط پاره‌های AB و AC هستند و

$$BK = \frac{3}{2} KF$$
 طول پاره خط BD چقدر است؟


$$12 \quad (1)$$

$$14 \quad (2)$$

$$16 \quad (3)$$

$$18 \quad (4)$$

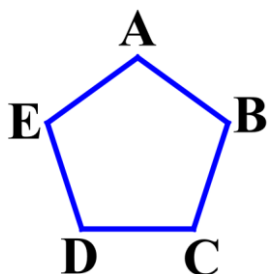
چندضلعی‌ها

چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آن‌ها

- * چندضلعی شکلی است که از n ($n \geq 3$) پاره خط متوالی تشکیل شده است به طوری که :
- * هر پاره خط دقیقاً دو پاره خط دیگر را در نقاط انتهایی خودش قطع کرده است.
- * هر دو پاره خط که یک نقطه مشترک دارند، روی یک خط نیستند.

چند اصطلاح درباره چندضلعی‌ها :

- * هر یک از پاره خط‌هایی که چندضلعی را تشکیل داده‌اند، **ضلع** چندضلعی هستند.
- * دوضلعی که یکی از دو انتهای آن‌ها مشترک است، دو ضلع مجاور هستند.
- * نقطه مشترک دو ضلع مجاور را **رأس** می‌نامیم.
- * دو رأسی که دو سر یک ضلع‌اند، دو رأس **مجاور** هستند.
- * زاویه‌ای که دو ضلع مجاور تشکیل می‌دهند، **زاویه داخلی** چندضلعی است.
- * دو زاویه داخلی که یک ضلع مشترک دارند، دو **زاویه مجاور** هستند.



قطر در چندضلعی :

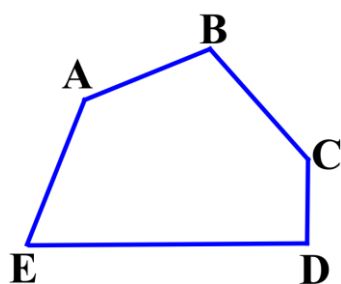
- در یک چندضلعی، پاره خطی که دو سر آن، دو رأس غیرمجاور هستند، یک **قطر** است.
- مثلاً قطر ندارد، چون دو رأس غیرمجاور ندارد.

تعداد قطرهای n ضلعی :

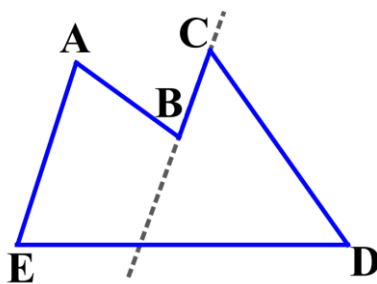
در هر n ضلعی، تعداد قطرهای $\frac{n(n-3)}{2}$ است.

مجموع تعداد قطرهای و ضلع‌های یک n ضلعی برابر $\frac{n(n-1)}{2}$ است.

چندضلعی‌های محدب و مقعر :



« چندضلعی محدب »



« چندضلعی مقعر »

چندضلعی محدب، چندضلعی‌ای است که اگر هر خطی را که ضلعی از چندضلعی روی آن افتاده باشد رسم کنیم، بقیه نقاط ضلعی در یک طرف آن خط واقع شوند.

هر چندضلعی که محدب نباشد، مقعر است.

ویژگی زاویه‌ها در n ضلعی محدب :

* مجموع زاویه‌های داخلی n ضلعی محدب برابر است با $(n-2) \times 180^\circ$.

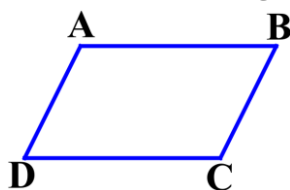
* مجموع زاویه‌های خارجی هر n ضلعی محدب برابر 360° است.

* اندازه هر زاویه داخلی یک n ضلعی منتظم برابر است با $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ یا $\frac{(n-2)180^\circ}{n}$.

* اندازه هر زاویه خارجی یک n ضلعی منتظم برابر است با $\frac{360^\circ}{n}$.

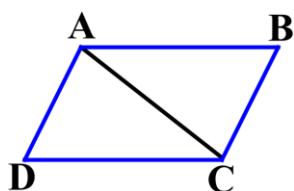
چهارضلعی‌های مهم و ویژگی‌های آنها

متوازی‌الاضلاع: چهارضلعی که است هر دو ضلع مقابل آن موازی هستند و برعکس.



$$\begin{cases} AB \parallel CD \\ AD \parallel BC \end{cases} \Leftrightarrow ABCD \text{ متوازی‌الاضلاع است.}$$

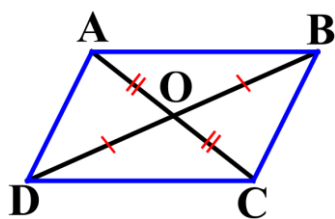
ویژگی‌ها:



$$ABCD \text{ متوازی‌الاضلاع است} \Leftrightarrow \triangle ABC \cong \triangle ACD$$

$$ABCD \text{ متوازی‌الاضلاع است} \Leftrightarrow \underbrace{AB = CD, AD = BC}_{\text{ضلع‌های روبه‌رو برابرند.}}$$

$$ABCD \text{ متوازی‌الاضلاع است} \Leftrightarrow \underbrace{\hat{A} + \hat{B} = \hat{A} + \hat{D} = \hat{D} + \hat{C} = \hat{C} + \hat{B} = 180^\circ}_{\text{زوایای مجاور مکمل‌اند.}}$$



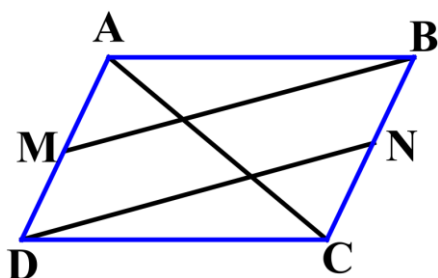
$ABCD \Leftrightarrow \hat{A} = \hat{C}, \hat{B} = \hat{D}$ متوازی الاضلاع است
زوایای مقابل برابرند

$ABCD \Leftrightarrow OA = OC, OB = OD$ متوازی الاضلاع است
قطرها منصف یکدیگرند

اگر در یک چهارضلعی دو ضلع مقابل موازی و هم اندازه باشند، این چهارضلعی متوازی الاضلاع است.

$$\begin{cases} AB = CD \\ AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow ABCD \text{ متوازی الاضلاع است.}$$

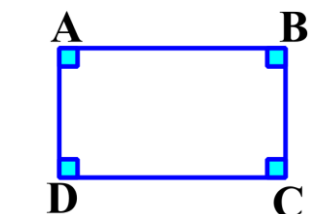
در متوازی الاضلاع ABCD، M و N به ترتیب وسطهای ضلعهای AD و BC هستند.



در این صورت خطهای BM و DN باهم موازی هستند

$$AP = PQ = CQ$$

یعنی BM و DN قطر AC را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنند.



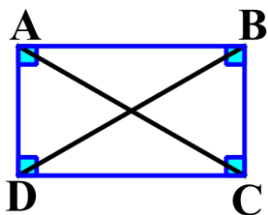
← **مستطیل:** چهارضلعی ای است که همه زوایه های آن قائمه اند و برعکس.

$$ABCD \text{ مستطیل است } \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$$

* هر مستطیل یک متوازی الاضلاع است، در نتیجه تمام ویژگی های متوازی الاضلاع را دارد.

* مستطیل، متوازی الاضلاعی است که یک زاویه قائمه دارد.

← **ویژگی های مستطیل:**



$$ABCD \text{ مستطیل است.} \Rightarrow AC = BD$$

قطرها برابرند

* متوازی الاضلاعی که دو قطر برابر دارد، مستطیل است.

$$\begin{cases} ABCD \text{ متوازی الاضلاع است} \\ AC = BD \end{cases} \Rightarrow ABCD \text{ مستطیل است.}$$

← **لوزی:** لوزی چهارضلعی ای است که هر چهار ضلع آن هم اندازه‌اند و برعکس.

$$ABCD \text{ لوزی است. } \Leftrightarrow AB = BC = CD = DA$$

✱ هر لوزی یک متوازی‌الاضلاع است، در نتیجه تمام ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع را دارد.

✱ لوزی متوازی‌الاضلاعی است که دو ضلع مجاور برابر دارد.

← **ویژگی‌های لوزی:**

✱ در لوزی قطرها بر هم عمودند.

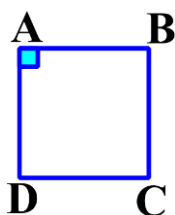
✱ در لوزی قطرها نیمساز زاویه‌ها هستند.

الف) متوازی‌الاضلاعی که قطرهای آن نیمساز زاویه‌ها است، لوزی است.

ب) متوازی‌الاضلاعی که قطرهای آن بر هم عمودند، لوزی است.

پ) اگر قطرهای چهارضلعی محدبی نیمساز زاویه‌هایش باشد، این چهارضلعی لوزی است.

← **مربع:** چهارضلعی ای است که هر چهار ضلع آن برابرند و حداقل یک زاویه قائمه دارد و برعکس.

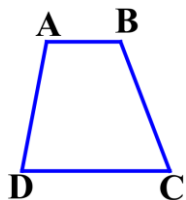


$$ABCD \text{ مربع است } \Leftrightarrow (AB = BC = CD = DA, \hat{A} = 90^\circ)$$

مربع، لوزی ای است که مستطیل است، در نتیجه تمام ویژگی‌های لوزی و مستطیل را دارد.

در هر دوزنقه، زاویه‌های مجاور به یک ساق مکمل‌اند.

در هر دوزنقه، زاویه‌های مجاور به یک ساق مکمل‌اند.

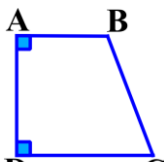
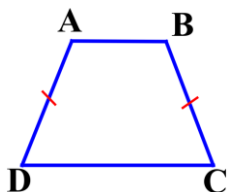


$$ABCD \text{ دوزنقه است. } \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \\ \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \end{cases}$$

← **انواع دوزنقه‌های خاص:**

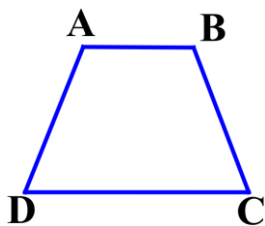
دوزنقه متساوی‌الساقین، دوزنقه‌ای است که دو ساق برابر دارد: $AD = BC$

دوزنقه قائم‌الزاویه دوزنقه‌ای است که یک ساق بر قاعده‌ها عمود است.



← ویژگی‌های دوزنقه متساوی الساقین :

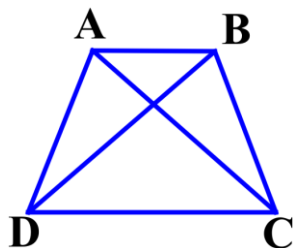
✱ در دوزنقه شکل مقابل،



$$ABCD \Leftrightarrow \hat{A} = \hat{B}, \hat{C} = \hat{D}$$

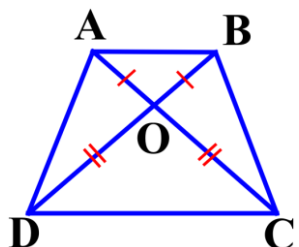
✱ در هر دوزنقه متساوی الساقین، قطرهای برابرند و برعکس، دوزنقه‌ای که قطرهایش برابرند،

متساوی الساقین است.

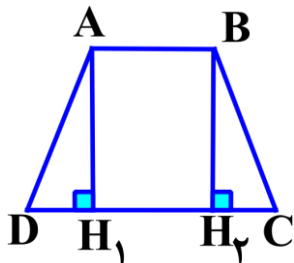


$$\begin{cases} \text{ABCD دوزنقه} \\ AD = BC \end{cases} \Rightarrow AC = BD \quad \text{و} \quad \begin{cases} \text{ABCD دوزنقه} \\ AC = BD \end{cases} \Rightarrow AD = BC$$

✱ با رسم قطرهای دوزنقه متساوی الساقین دو مثلث متساوی الساقین به دست می‌آید و برعکس.



$$ABCD \Leftrightarrow \text{دوزنقه متساوی الساقین} \Leftrightarrow OA = OB, OC = OD$$



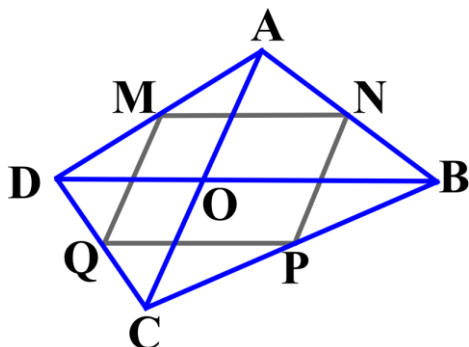
✱ در شکل مقابل اگر ABCD دوزنقه متساوی الساقین باشد، آن گاه

$$\Delta ADH_1 \cong \Delta BCH_2 \text{ و برعکس، اگر } ABCD \text{ دوزنقه باشد و } \Delta ADH_1 \cong \Delta BCH_2,$$

آن گاه ABCD دوزنقه متساوی الساقین است.

✱ در شکل مقابل ABCD چهارضلعی ای دلخواه است و M، P، N، Q وسط ضلع‌ها هستند. در این صورت

به دست می‌آید :



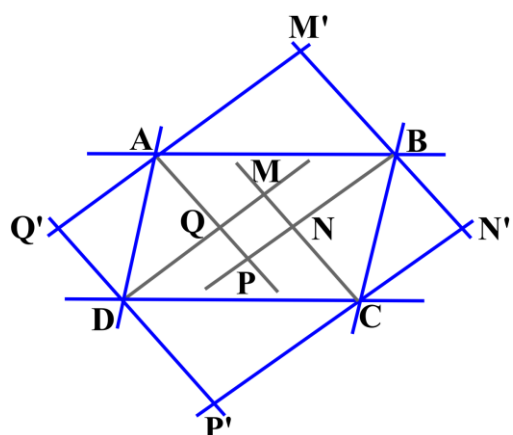
✱ MNPQ متوازی الاضلاع است.

$$\text{محیط } MNPQ = AC + BD$$

$$S_{MNPQ} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$$

ABCD → MNPQ	
دلخواه	متوازی الاضلاع
متوازی الاضلاع	متوازی الاضلاع
مستطیل	لوزی
لوزی	مستطیل
مربع	مربع
ذوزنقه متساوی الساقین	لوزی

MNPQ → ABCD	
غیر متوازی الاضلاع	امکان ندارد
متوازی الاضلاع	دلخواه
مستطیل	چهار ضلعی با دو قطر عمود بر هم
لوزی	چهار ضلعی با دو قطر برابر
مربع	چهار ضلعی با دو قطر برابر و عمود بر هم



در شکل مقابل، نیمسازهای زاویه‌های داخلی و نیمسازهای

زاویه‌های خارجی چهار ضلعی ABCD را رسم می‌کنیم و

چهار ضلعی‌های MNPQ و M'N'P'Q' به دست می‌آیند.

در این صورت :

★ اگر ABCD متوازی الاضلاع با دو ضلع مجاور با اندازه‌های a و b و زاویه بین α باشد، آن گاه MNPQ

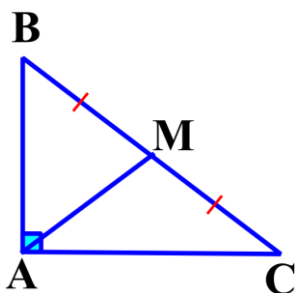
مستطیل به طول ضلع‌های $|a - b| \sin \frac{\alpha}{2}$ و $|a - b| \cos \frac{\alpha}{2}$ و M'N'P'Q' مستطیل به طول ضلع‌های

$(a + b) \sin \frac{\alpha}{2}$ و $(a + b) \cos \frac{\alpha}{2}$ است.

★ اگر ABCD مستطیل به طول ضلع‌های a و b باشد، آن گاه MNPQ یک مربع با طول ضلع $\frac{\sqrt{2}}{2} |a - b|$

و M'N'P'Q' یک مربع با طول ضلع $\frac{\sqrt{2}}{2} (a + b)$ است.

← ویژگی‌های مثلث قائم‌الزاویه :



* در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر است و برعکس

، اگر در مثلثی طول میانه وارد بر یک ضلع، نصف طول آن ضلع باشد، مثلث

$$\hat{A} = 90^\circ \Leftrightarrow AM = \frac{1}{2}BC \quad \text{قائم‌الزاویه است.}$$

* در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع مقابل به هر زاویه برابر حاصل ضرب طول وتر در سینوس آن زاویه

$$AC = BC \times \sin \alpha \quad \text{است.}$$

← نتایج :

(الف) در هر مثلث قائم‌الزاویه طول ضلع روبه‌رو به زاویه 30° نصف طول وتر است و برعکس، اگر در مثلث

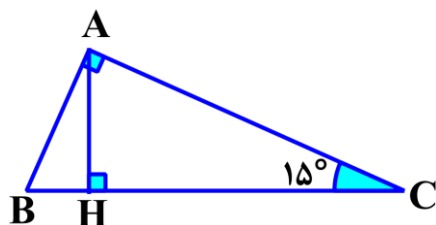
قائم‌الزاویه‌ای، طول یک ضلع نصف طول وتر باشد، آن گاه زاویه مقابل به آن برابر 30° است :

$$\hat{B} = 30^\circ \Leftrightarrow AC = \frac{1}{2}BC$$

(ب) در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویه 60° ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر طول وتر است و برعکس، اگر در

مثلث قائم‌الزاویه‌ای طول یک ضلع $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر طول وتر باشد، آن گاه زاویه روبه‌رو به این ضلع 60° است:

$$\hat{B} = 60^\circ \Leftrightarrow AC = \frac{\sqrt{3}}{2}BC$$



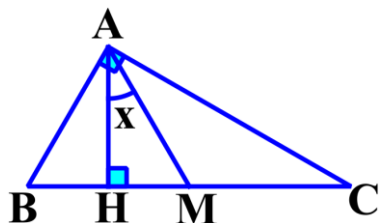
(۳) اگر در مثلثی قائم‌الزاویه یک زاویه 15° باشد، آن گاه طول ارتفاع وارد

بر وتر $\frac{1}{4}$ برابر طول وتر است و برعکس، اگر در مثلث قائم‌الزاویه‌ای طول

ارتفاع وارد بر وتر $\frac{1}{4}$ برابر طول وتر باشد، آن گاه یکی از زاویه‌های این مثلث 15° است. در مثلث قائم‌الزاویه

$$\hat{C} = 15^\circ \Leftrightarrow AH = \frac{1}{4}BC \quad \triangle ABC$$

🔴 در مثلث قائم‌الزاویه روبه‌رو، AH ارتفاع و AM میانه وارد بر وتر است.



$$x = |\hat{B} - \hat{C}| \quad \text{در اینصورت}$$

۱- ناحیه محدود به یک چندضلعی در کدام حالت ممکن است محدب نباشد؟

- (۱) تمام نقاط پاره خطی که دو نقطه دلخواه آن را به هم وصل می کند، عضو آن مجموعه باشند.
- (۲) هر زاویه داخلی کمتر از نیم صفحه باشد.
- (۳) سایر رأس ها در یک طرف خطی قرار دارند که بر ضلع آن منطبق است.
- (۴) یک قطر، آن را به دو ناحیه محدب تقسیم کند.

۲- در مثلث ABC ، ضلع $BC = 10$ و میانه AM برابر ۵ است، این مثلث :

- (۱) در رأس A حاده است.
- (۲) در رأس A قائمه است.
- (۳) در رأس A منفرجه است.
- (۴) هر سه حالت می تواند باشد.

۳- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) مربع، لوزی است که قطرهایش مساوی اند.
- (۲) هر چهارضلعی که قطرهایش برهم عمودند، مربع است.
- (۳) هر متوازی الاضلاعی که قطرهایش برهم عمودند، مربع است.
- (۴) هر دوزنقه که یک زاویه قائمه داشته باشد، مربع است.

۴- اگر مجموع زوایای خارجی n ضلعی منتظم را با A_n و تعداد اقطار را با D_n نشان دهیم، کدام درست

است؟

- (۱) $D_{200} > D_{199}$, $A_{200} > A_{199}$
- (۲) $D_{200} < D_{199}$, $A_{200} < A_{199}$
- (۳) $D_{200} < D_{199}$, $A_{200} = A_{199}$
- (۴) $D_{200} > D_{199}$, $A_{200} = A_{199}$

۵- کدام گزینه همواره درست است؟

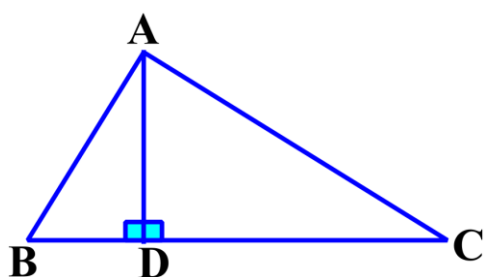
(۱) اگر در یک چهارضلعی قطرهای یکدیگر را نصف کنند، متوازی الاضلاع است.

(۲) اگر در یک چهارضلعی قطرهای با یکدیگر برابر باشند، مستطیل است.

(۳) اگر در یک چهارضلعی قطرهای بر هم عمود باشند، لوزی است.

(۴) اگر در یک چهارضلعی اضلاع برابر باشند، مربع است.

۶- در شکل زیر $\frac{AC}{AD} = 2$ و $\frac{AB}{AD} = \sqrt{2}$ ، زاویه \hat{BAC} چند برابر زاویه \hat{ACD} است؟



(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) $\frac{7}{3}$

(۴) $\frac{7}{2}$

۷- در یک پنج ضلعی محدب، مجموع زاویه‌های خارجی آن چند درجه است؟

(۴) ۴۰۰

(۳) ۳۶۰

(۲) ۲۷۰

(۱) ۱۸۰

۸- در پنج ضلعی منتظم ABCDE، اگر دو قطر BD و CE یکدیگر را در M قطع کنند،

چهارضلعی ABME کدام است؟

(۱) لوزی

(۲) مستطیل

(۳) مربع

(۴) دوزنقه‌ی متساوی الساقین

۹- در کدام چندضلعی محدب مجموع زوایای داخلی چهار برابر مجموع زوایای خارجی است؟

(۱) ۸ ضلعی

(۲) ۱۲ ضلعی

(۳) ۱۰ ضلعی

(۴) ۱۴ ضلعی

۱۰- در چهارضلعی ABCD، وسط دو ضلع غیرمجاور و وسط دو قطر آن، رأس‌های یک لوزی هستند.

الزاماً کدام نتیجه‌گیری در مورد چهارضلعی مفروض، درست است؟

(۱) دو ضلع غیرمجاور دیگر، برابرند.

(۲) دو قطر عمود برهم‌اند.

(۳) دو ضلع شامل رأس‌های لوزی، برابرند.

(۴) دو ضلع غیرمجاور، موازی‌اند.

۱۱- در مثلث زوایا به نسبت ۱ و ۸ و ۹ تقسیم شده‌اند. زاویه بین میانه و ارتفاع وارد بر ضلع بزرگ‌تر چقدر

است؟

(۱) 80°

(۲) 70°

(۳) 60°

(۴) 50°

۱۲- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای زاویه بین ارتفاع و میانه وارد بر وتر برابر ۲۶ درجه است. کوچک‌ترین زاویه

مثلث چند درجه است؟

(۱) ۲۴

(۲) ۲۸

(۳) ۳۲

(۴) ۳۴

۱۳- مجموع تعداد اضلاع و اقطار یک $n + 1$ ضلعی، نصف تعداد اقطار یک $2n$ ضلعی است، n کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۲

(۳) ۸

(۴) ۴

۱۴- در مثلث ABC زاویه $\hat{A} = 90^\circ$ و $AC > AB$ ارتفاع و نیمساز و میانه رسم شده است. اگر

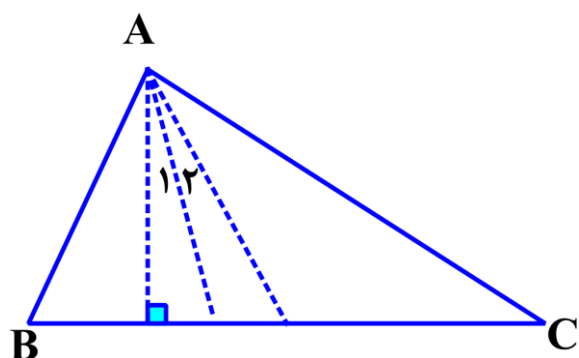
$\hat{A}_1 = k\hat{A}$ آنگاه k کدام است؟

(۱) بزرگتر ۱

(۲) کمتر از ۱

(۳) مساوی ۱

(۴) نامعلوم



۱۵- اگر هر زاویه داخلی یک n ضلعی منتظم فقط ۲ درجه کمتر از هر زاویه داخلی یک $n + 2$ ضلعی منتظم باشد، n کدام است؟

(۱) ۱۶

(۲) ۱۸

(۳) ۲۰

(۴) ۲۴

۱۶- در مثلث ABC از نقطه D محل تلاقی نیمساز داخلی زاویه \hat{A} با ضلع BC ، خطوطی موازی دو ضلع

دیگر رسم می‌کنیم تا آن‌ها را در M و N قطع کند، AD و MN نسبت به هم چه وضعی دارند؟

(۱) فقط عمود برهم

(۲) فقط منصف هم

(۳) زاویه بین آنها مکمل زاویه A است.

(۴) عمود منصف هم



۱۷- در یک چندضلعی منتظم هر زاویه داخلی یا زده برابر هر زاویه خارجی است، تعداد قطرهای چندضلعی

کدام است؟

۵۴ (۱)

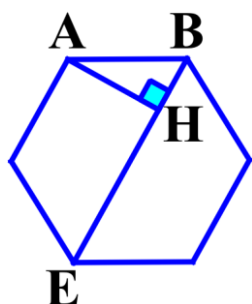
۲۵۲ (۲)

۱۷۰ (۳)

۱۶۵ (۴)

۱۸- در شش ضلعی منتظم به ضلع ۴، مطابق شکل طول عمودی که از A بر قطر BE رسم می شود چقدر

است؟



$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

$\sqrt{3}$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۳)

$\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۴)

۱۹- در مثلث ABC اگر $AB = 4$ و $\hat{B} = 60^\circ$ و مساحت مثلث $12\sqrt{3}$ باشد، طول ضلع AC چقدر است؟

$4\sqrt{7}$ (۱)

$3\sqrt{7}$ (۲)

$4\sqrt{6}$ (۳)

$3\sqrt{6}$ (۴)



۲۰- در یک چهارضلعی از برخورد نیمسازهای داخلی آن، یک مربع ایجاد شده است. الزاماً نوع این

چهارضلعی کدام است؟

(۱) محاطی

(۲) متوازی الاضلاع

(۳) محیطی

(۴) مستطیل

۲۱- کدام قضیه درست نیست؟

(۱) متوازی الاضلاعی که قطرهاش بر هم عمود باشند، لوزی است.

(۲) دوزنقه‌ای که دو قطرش برابر باشند، متساوی الساقین است.

(۳) مستطیلی که قطرهاش بر هم عمود باشند، مربع است.

(۴) هر چهارضلعی که دو ضلعش برابر باشند، دوزنقه است.

۲۲- یک n ضلعی محدب حداکثر چند زاویه حاده داخلی می‌تواند داشته باشد؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۲۳- مثلث متساوی الاضلاع به سه مثلث همنهشت تقسیم شده است. کوچکترین ضلع یکی از این مثلث‌ها

۲ واحد است. مساحت مثلث اصلی کدام است؟

(۱) ۶

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) $3\sqrt{3}$

(۴) $4\sqrt{3}$



۲۴- در یک دوزنقه قائم الزاویه، طول قاعده‌ها ۱۴ و ۹ واحد و طول ساق مایل $2\sqrt{11}$ واحد است. اندازه قطر

کوچک‌تر دوزنقه کدام است؟

۸ (۱)

$7\sqrt{2}$ (۲)

۱۰ (۳)

۱۱ (۴)

۲۵- کدام یک از چهارضلعی‌های زیر یک متوازی‌الاضلاع را مشخص نمی‌کند؟

(۱) چهارضلعی که دو ضلع موازی و دو ضلع مساوی داشته باشد.

(۲) چهارضلعی که قطرهایش منصف یکدیگرند.

(۳) چهارضلعی که دو ضلع موازی و مساوی داشته باشد.

(۴) چهارضلعی که هر دو زاویهٔ مقابل آن، مساوی باشد.

۲۶- کدام گزینه مربع را مشخص می‌کند؟

(۱) لوزی که یک قطرش با ضلع آن برابر باشد.

(۲) مستطیلی که قطرهایش بر هم عمود باشند.

(۳) متوازی‌الاضلاعی که دو قطرش مساوی باشند

(۴) دوزنقه‌ای که دو زاویهٔ قائمه داشته باشد.

۲۷- کدام یک از تعاریف زیر، تعریف لوزی نیست؟

(۱) متوازی‌الاضلاعی که اضلاعش باهم مساوی‌اند.

(۲) متوازی‌الاضلاعی که اقطارش بر هم عمودند.

(۳) متوازی‌الاضلاعی که اقطارش منصف یکدیگرند.

(۴) متوازی‌الاضلاعی که قطرهایش نیمساز زوایا هستند.





۲۸- در یک دایره به شعاع ۷ واحد، یک ده ضلعی منتظم محاط شده است. چند قطر این ده ضلعی، کمتر

از ۱۴ واحد است؟

۲۵ (۱)

۲۷ (۲)

۳۰ (۳)

۳۲ (۴)

۲۹- مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی محدب ۹۰۰ درجه است. تعداد قطرهای آن کدام است؟

۱۴ (۱)

۱۲ (۲)

۱۰ (۳)

۱۵ (۴)

۳۰- در یک n ضلعی، با کم شدن یک ضلع، ۱۶ قطر از تعداد قطرهای آن کم می‌شود. اگر دو ضلع کم شود.

چند قطر از تعداد قطرها کم می‌شود؟

۳۰ (۱)

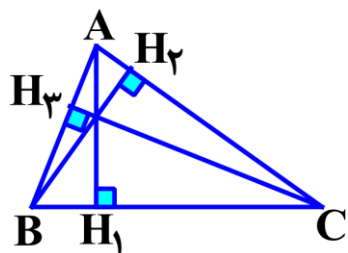
۳۱ (۲)

۳۲ (۳)

۳۳ (۴)



مساحت و کاربردهای آن



$$S = \frac{1}{2} BC \times AH_1 = \frac{1}{2} AC \times BH_2 = \frac{1}{2} AB \times CH_3 \quad \leftarrow \text{مساحت مثلث}$$

← نتایج:

* در مثلث ABC، اگر طول سه ضلع نابرابر باشند، آن گاه

$$BC < AC < AB \Leftrightarrow AH_1 > BH_2 > CH_3$$

* در هر مثلث، نسبت طول دو ضلع، برابر با عکس نسبت طول ارتفاع‌های نظیر آن‌هاست: $\frac{AC}{BC} = \frac{AH_1}{BH_2}$

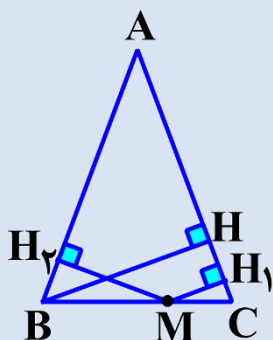
* در مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع a ، به دست می‌آید:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \quad \text{طول ارتفاع} = h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

* نکته:

* در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$)، نقطه M روی قاعده BC

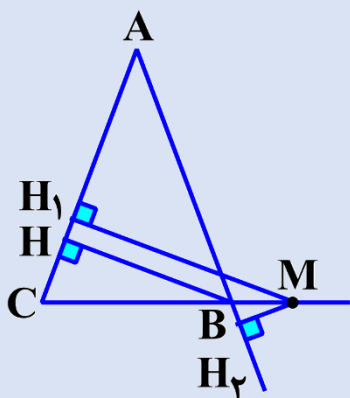
دلخواه است.



$$MH_1 + MH_2 = BH = AB \times \sin \hat{A}$$

* در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، اگر M نقطه‌ای دلخواه روی امتداد

قاعده باشد، آن گاه

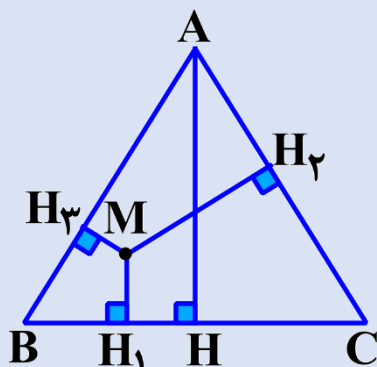


$$|MH_1 - MH_2| = BH = AB \times \sin \hat{A}$$

* در مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع a اگر M نقطه‌ای دلخواه درون

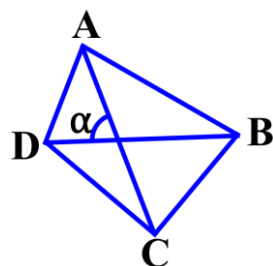
مثلث باشد، آن گاه:

$$MH_1 + MH_2 + MH_3 = AH = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$



← مساحت چهارضلعی ها :

در هر چهارضلعی، مساحت برابر نصف حاصل ضرب اندازه‌های دو قطر در سینوس زاویه بین آن دو قطر



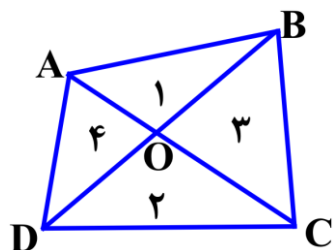
$$S = \frac{1}{2} AC \times BD \times \sin \alpha$$

است :

• اگر دو قطر AC و BD برهم عمود باشند، آن گاه $S = \frac{1}{2} AC \times BD$.

🔴 در چهارضلعی دلخواه ABCD اگر O محل برخورد قطرهای باشد، آن گاه

$$S_1 \times S_3 = S_2 \times S_4$$

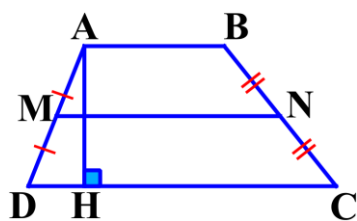


← مساحت چهارضلعی‌های خاص :

متوازی‌الاضلاع	لوزی	دوزنقه
$S = CD \times AH_1 = BC \times AH_2$	$S = \frac{1}{2} AC \times BD$	$S = \frac{1}{2} (AB + CD) \times AH$

🔴 اگر N وسط BC و M وسط AB باشد :

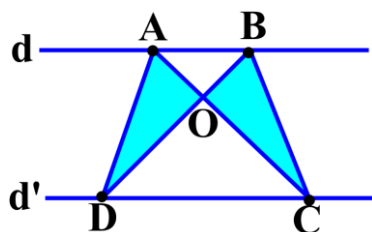
$$S = MN \times AH$$



🔴 قضیه شبه پروانه : اگر ABCD دوزنقه باشد یا دو خط d و d' موازی باشند،

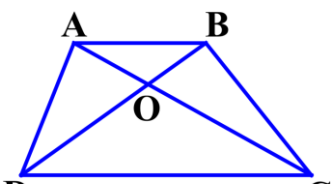
$$S_{AOD} = S_{BOC}$$

آن گاه



🔴 در دوزنقه ABCD، به دست می آید :

$$S_{OAD}^2 = S_{OBC}^2 = S_{OAB} \times S_{OCD}$$



← کاربردهایی از مساحت :

★ در دو مثلث اگر اندازه قاعده‌ها برابر باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت اندازه

$$\frac{S}{S'} = \frac{h}{h'} \quad \text{ارتفاع‌های متناظر این قاعده‌ها:}$$

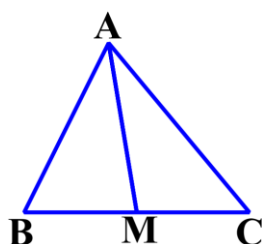
★ در دو مثلث اگر اندازه دو ارتفاع برابر باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت اندازه

$$\frac{S}{S'} = \frac{a}{a'} \quad \text{قاعده‌های متناظر این دو ارتفاع:}$$

← نتایج :

(الف) هر میانه در هر مثلث آن را به دو مثلث هم مساحت تقسیم می‌کند :

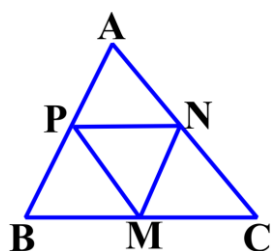
$$AM \Leftrightarrow S_{ABM} = S_{ACM} = \frac{1}{2} S_{ABC}$$



(ب) اگر وسط‌های ضلع‌های یک مثلث را به هم وصل کنیم، آن مثلث به چهار مثلث هم‌نهشت تقسیم

می‌شود و در نتیجه این مثلث‌ها هم مساحت‌اند :

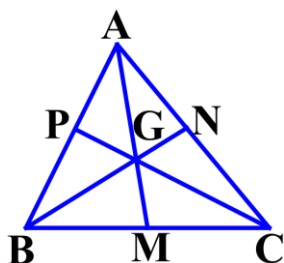
$$\triangle APN \cong \triangle BMP \cong \triangle CMN \cong \triangle MNP$$



$$S_{APN} = S_{BMP} = S_{CMN} = S_{MNP} = \frac{1}{4} S_{ABC}$$

(پ) سه میانه مثلث در نقطه‌ای درون آن مثلث هم‌رس‌اند به طوری که فاصله این نقطه تا وسط هر ضلع، $\frac{1}{3}$

برابر اندازه میانه نظیر این ضلع است و فاصله‌اش تا هر رأس، $\frac{2}{3}$ برابر اندازه میانه نظیر آن رأس است:

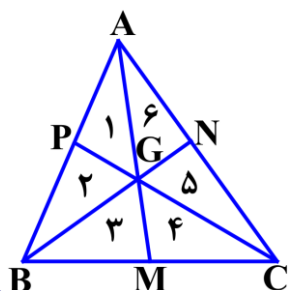


$$GM = \frac{1}{3} AM, \quad GN = \frac{1}{3} BN, \quad GP = \frac{1}{3} CP$$

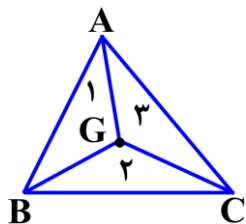
$$AG = \frac{2}{3} AM, \quad BG = \frac{2}{3} BN, \quad CG = \frac{2}{3} CP$$

(ت) سه میانه مثلث آن را به ۶ مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کنند :

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6 = \frac{1}{6} S_{ABC}$$



ث) اگر از نقطه برخورد میانه‌ها به رأس‌های مثلث وصل کنیم، مثلث به سه مثلث هم مساحت تقسیم می‌شود:



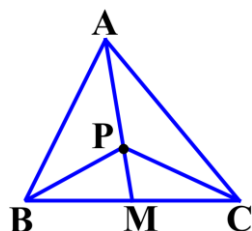
$$S_1 = S_2 = S_3 = \frac{1}{3} S_{ABC}$$

$$S_{ABP} = S_{ACP}$$

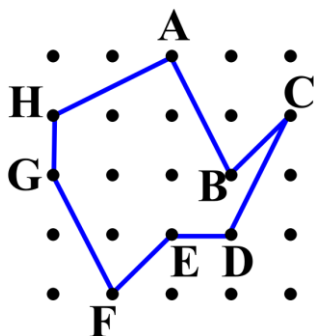
← اگر نقطه P روی میانه AM باشد، آن‌گاه

و برعکس، اگر P نقطه‌ای دلخواه درون مثلث باشد و $S_{ABP} = S_{ACP}$

آن‌گاه P روی میانه AM است.



← نقاط شبکه‌ای و مساحت:



در شکل مقابل، نقطه‌ها روی خط‌های افقی و عمودی قرار دارند. فاصله هر دو

نقطه متوالی روی یک خط افقی یا یک خط عمودی برابر واحد است.

چنین نقطه‌هایی را نقطه‌های شبکه‌ای می‌گوییم.

اگر تمام رأس‌های یک چندضلعی روی نقطه‌های شبکه‌ای باشند، چندضلعی

را یک چندضلعی شبکه‌ای می‌نامیم. مانند چندضلعی ABCDEFGH

← نقطه‌های شبکه‌ای روی رأس‌ها و ضلع‌های چندضلعی را نقاط مرزی و

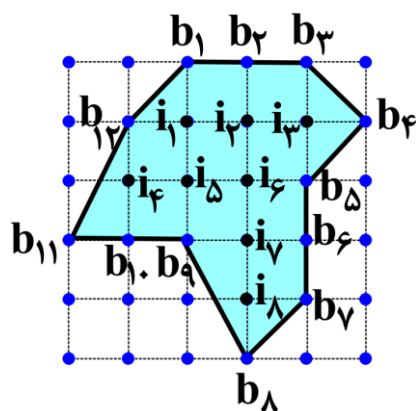
نقاط شبکه‌ای درون چندضلعی را نقاط درونی چندضلعی شبکه‌ای می‌نامیم.

در شکل روبه‌رو نقطه‌های b_1, b_2, \dots, b_{12} نقطه‌های مرزی و نقطه‌های i_1, i_2, \dots, i_8

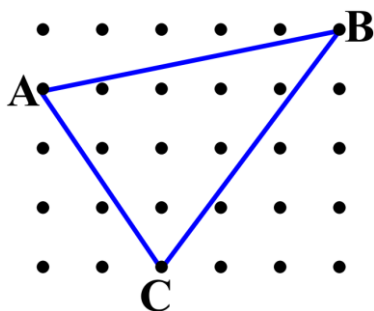
و i_8 نقطه‌های درونی هستند.

← فرمول پیک:

مساحت چندضلعی شبکه‌ای که b نقطه مرزی و i نقطه درونی دارد از فرمول $S = \frac{b}{2} + i - 1$ به دست می‌آید.



۳۱- در شبکه روبه‌رو بزرگ‌ترین ارتفاع مثلث ABC برابر کدام است؟



(۱) $\frac{17}{13}$

(۲) $\frac{17}{\sqrt{13}}$

(۳) $\frac{\sqrt{17}}{13}$

(۴) $\sqrt{\frac{17}{13}}$

۳۲- در یک مستطیل شبکه‌ای به اندازه ضلع‌های ۶ و ۸، اگر تعداد نقاط مرزی ۲۶ باشد، تعداد نقاط درونی

آن برابر کدام است؟

(۱) ۴۸

(۲) ۲۶

(۳) ۱۳

(۴) ۳۶

۳۳- از به هم وصل کردن وسط ضلع‌های مربعی، یک مربع جدید ایجاد شده است. نسبت مساحت مربع

بزرگ‌تر به کوچک‌تر کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) ۲

(۳) $\sqrt{3}$

(۴) ۴

۳۴- طول ساق یک مثلث متساوی‌الساقین $\sqrt{۸۵}$ و طول قاعده آن ۱۲ است. مساحت مثلث کدام است؟

(۱) $۲۴\sqrt{3}$

(۲) ۴۲

(۳) $۳۰\sqrt{2}$

(۴) ۴۸

۳۵- مساحت شش ضلعی منتظم به طول ضلع $2\sqrt{3}$ کدام است؟

(۱) $12\sqrt{3}$

(۲) $18\sqrt{3}$

(۳) ۲۴

(۴) $24\sqrt{3}$

۳۶- طول یک مستطیل ۲ واحد کمتر از $1/5$ برابر عرض آن است. اگر مساحت مستطیل ۹۲ واحد مربع باشد، محیط آن کدام است؟

(۱) ۵۲

(۲) ۵۶

(۳) ۶۰

(۴) ۶۴

۳۷- در مثلث ABC دو ارتفاع AH و BH' را رسم کرده ایم. در این صورت $\frac{AH}{BH'}$ برابر کدام است؟

(۱) $\frac{AC}{BC}$

(۲) $\frac{AC^2}{BC^2}$

(۳) $\frac{BC}{AC}$

(۴) $\frac{BC^2}{AC^2}$

۳۸- در مثلث دلخواه ABC، کدام یک از خطوط زیر، سطح مثلث را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند؟

(۱) میانه وارد از رأس A

(۲) نیمساز زاویه A

(۳) ارتفاع وارد از رأس A

(۴) عمود منصف BC



۳۹- در یک مستطیل وسط‌های اضلاع را به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم. نسبت مساحت مستطیل به

مساحت شکل حاصل کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$

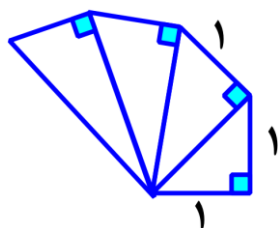
(۲) ۲

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) ۳

۴۰- مثلث‌های قائم‌الزاویه که در یک رأس مشترک هستند و اندازه یک ضلع قائم آنها ۱ واحد است، چنان

رسم می‌شوند که ضلع قائم دیگر آنها وتر مثلث قبلی است. مساحت نهمین مثلث کدام است؟



(۱) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{5}{4}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۴۱- به چند طریق می‌توان یک مستطیل را به دو ذوزنقه با مساحت‌های مساوی تقسیم کرد؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) بیشمار



۴۲- در مثلث قائم الزاویه به طول اضلاع قائم ۶ و ۸ واحد، فاصله نقطه تلاقی میانه‌ها از بزرگ‌ترین ضلع این

مثلث کدام است؟

۱/۵ (۱)

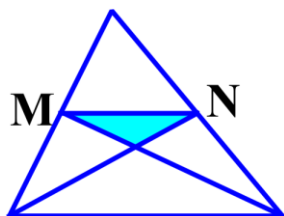
۱/۶ (۲)

۱/۸ (۳)

۲ (۴)

۴۳- در شکل مقابل نقاط M و N وسط دو ضلع است. مساحت بزرگ‌ترین مثلث، چند برابر مساحت مثلث

سایه زده است؟



۶ (۱)

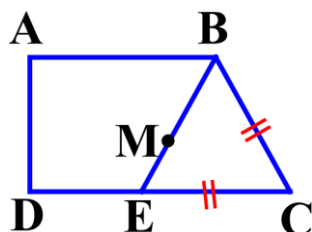
۸ (۲)

۹ (۳)

۱۲ (۴)

۴۴- در شکل مقابل، چهارضلعی ABCD دوزنقه قائم الزاویه است و $CB = CE$. مجموع فواصل نقطه M از

دو خط CB و CE برابر کدام است؟



DE (۱)

BC (۲)

BE (۳)

AD (۴)

۴۵- در یک دوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم

می‌کند. نسبت قاعده‌های دوزنقه کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) $\frac{3}{5}$

۴۶- یک مربع شبکه‌ای افقی، مربعی است که رئوس آن نقاط شبکه‌ای و اضلاع آن موازی محور اعداد باشند.

اگر به اندازه اضلاع مربعی به طول n ، مقدار $n - 1$ واحد اضافه کنیم، تعداد نقاط درونی مربع شبکه‌ای جدید

چند برابر تعداد نقاط درونی مربع اولیه است؟

(۱) $\frac{n^2 - 1}{n - 2}$

(۲) $\frac{(2n - 1)^2}{(n - 1)^2}$

(۳) ۴

(۴) ۲

۴۷- در مثلث ABC از نقطه تلاقی میانه‌ها، دو خط موازی با اضلاع AB و AC رسم کرده، تا ضلع BC را

در نقاط D و E قطع کنند. اگر $BC = 24$ باشد، اندازه DE کدام است؟

(۱) ۶

(۲) $7/2$

(۳) $7/5$

(۴) ۸



۴۸- طول ضلع یک مربع برابر محیط مثلث قائم الزاویه و متساوی الساقین به ضلع قائم ۲ واحد است. با حذف گوشه‌ای این مربع، بزرگتری هشت ضلعی منتظم ممکن داخل آن ساخته شده است. مساحت این هشت ضلعی کدام است؟

$$(1) 32$$

$$(2) 24\sqrt{2}$$

$$(3) 24 + 8\sqrt{2}$$

$$(4) 16 + 16\sqrt{2}$$

۴۹- مربعی در داخل مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین طوری محاط شده است که دو ضلع آن بر ضلع زاویه قائمه آن مثلث و یک رأس آن واقع بر وتر است. مساحت مثلث چند برابر مساحت مربع است؟

$$(1) 2$$

$$(2) \sqrt{2}$$

$$(3) \sqrt{3}$$

$$(4) \frac{3}{2}$$

۵۰- مربعی در داخل مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین طوری محاط شده است که دو ضلع آن بر ضلع زاویه قائمه آن مثلث و یک رأس آن واقع بر وتر است. مساحت مثلث چند برابر مساحت مربع است؟

$$(1) 2$$

$$(2) \sqrt{2}$$

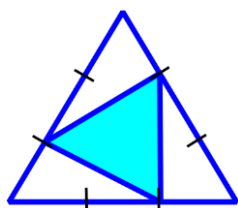
$$(3) \sqrt{3}$$

$$(4) \frac{3}{2}$$



۵۱- هر ضلع مثلث متساوی الاضلاع به نسبت های ۱ و ۲ تقسیم شده است. مساحت مثلث سایه زده، چند

برابر مساحت مثلث متساوی الاضلاع است؟



(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{4}{9}$

(۴) $\frac{1}{3}$

۵۲- از بین مثلث هایی که در ضلع ثابت $AB = 16$ مشترک و مساحت هر یک از آنان ۴۸ واحد مربع باشد،

کمترین مقدار محیط کدام است؟

(۱) ۳۸

(۲) ۳۴

(۳) ۳۶

(۴) ۳۲

۵۳- در دوزنقه متساوی الساقین با زاویه ۶۰ درجه، قاعده کوچک تر برابر ساق آن است. اگر محیط این

دوزنقه ۳۰ واحد باشد، مساحت آن کدام است؟

(۱) $24\sqrt{3}$

(۲) $27\sqrt{3}$

(۳) ۴۸

(۴) ۵۴

۵۴- مثلث متساوی الاضلاع به ۶ قطعهٔ همنهشت تقسیم شده است. بزرگ‌ترین ضلع یکی از این قطعات،

چند برابر ضلع مثلث اصلی است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

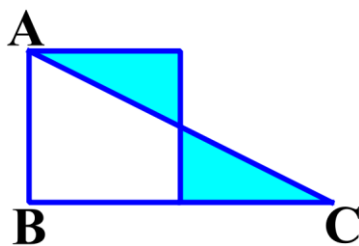
(۲) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(۳) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۵۵- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC ، بر روی ضلع AB مربعی ساخته شده است. اگر دو مثلث سایه زده

همنهشت باشند، مساحت دوزنقه چند برابر مساحت مربع است؟



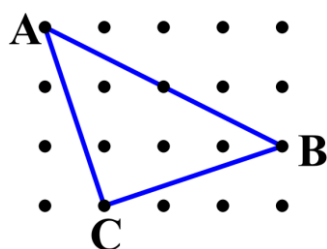
(۱) $\frac{5}{9}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{4}{5}$

۵۶- در شکل روبه‌رو، فاصلهٔ هر دو نقطهٔ متوالی به صورت افقی و عمودی برابر واحد است. طول ارتفاع وارد



بر بزرگ‌ترین ضلع مثلث کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}$

(۲) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

(۳) $\sqrt{5}$

(۴) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$



۵۷- در مثلث ABC داریم، $AC = \frac{\sqrt{5}}{2} AB$ و $\hat{A} = 90^\circ$ ، ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

(۱) ۱۰

(۲) ۱۲

(۳) ۱۵

(۴) ۱۸

۵۸- طول یک استخر شنا ۳۲ متر و گودی آن از یک متر به ۵ متر افزایش می‌یابد و در ۶ متر آخر، عمق ثابت می‌ماند. مساحت دیوار کناری استخر کدام است؟

(۱) ۱۰۴

(۲) ۱۰۶

(۳) ۱۰۸

(۴) ۱۱۲

۵۹- از چهار رأس یک چهارضلعی، خط‌های موازی قطرهای رسم می‌کنیم. از تلاقی این خطوط یک چهارضلعی حاصل می‌شود. نسبت مساحت چهارضلعی اول به مساحت چهارضلعی حاصل، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$ 



۶۰- در یک متوازی الاضلاع، وسط دو ضلع غیر موازی را به هم وصل می کنیم. متوازی الاضلاع به دو قسمت نامساوی تقسیم می شود. مساحت قسمت بزرگ تر چند برابر مساحت قسمت کوچک تر است؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

۶۱- در مثلث ABC اگر $AB = ۲$ ، $AC = ۲\sqrt{۷}$ و $\hat{B} = ۶۰^\circ$ باشد، مساحت آن کدام است؟

(۱) $۳\sqrt{۲۱}$ (۲) $۴\sqrt{۳}$ (۳) $۴\sqrt{۲۱}$ (۴) $۳\sqrt{۳}$

۶۲- در مثلثی اندازه های دو ضلع ۱۰ و ۱۵ واحد است. مجموع ارتفاع های وارد بر این دو ضلع، برابر ارتفاع ضلع سوم است. اندازه ضلع سوم، کدام است؟

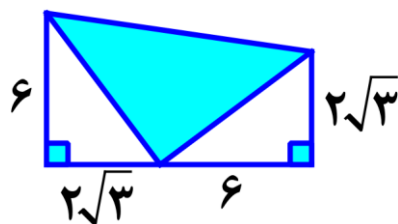
(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) $۷/۵$

(۴) ۸

۶۳- در شکل مقابل مساحت مثلث سایه زده کدام است؟



(۱) ۱۸

(۲) ۲۰

(۳) ۲۴

(۴) ۳۲





۶۴- در مستطیلی به ابعاد $2\sqrt{6}$ و $\sqrt{6}$ واحد، مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی آن کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (3)$$

$$\frac{9}{4} \quad (4)$$

۶۵- هر سه ضلع مثلث متساوی الاضلاع بر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{2}$ مماس شده است، مساحت آن کدام است؟

$$5\sqrt{2} \quad (1)$$

$$4\sqrt{3} \quad (2)$$

$$6\sqrt{3} \quad (3)$$

$$3\sqrt{3} \quad (4)$$

۶۶- دوزنقه به طول قاعده‌های ۷ و ۱۱ واحد را به یک متوازی‌الاضلاع و یک مثلث تقسیم کرده‌ایم. مساحت مثلث چند برابر مساحت متوازی‌الاضلاع است؟

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{7} \quad (2)$$

$$\frac{2}{7} \quad (3)$$

$$\frac{1}{8} \quad (4)$$



۶۷- یک زاویه دوزنقه قائم الزاویه ای 45° است. اگر طول ارتفاع و قاعده کوچک، هر دو برابر ۶ باشند، آنگاه

مساحت دوزنقه کدام است؟

۶۰ (۱)

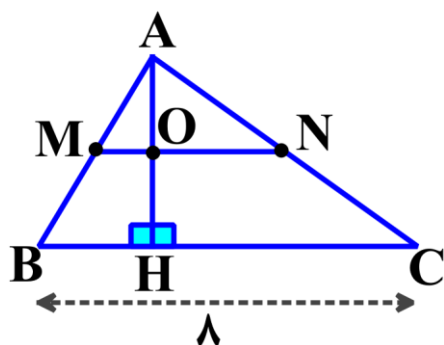
۵۴ (۲)

۵۰ (۳)

۴۵ (۴)

۶۸- در مثلث ABC، نقاط M و N به ترتیب وسط اضلاع AB و AC و طول ارتفاع وارد بر ضلع BC برابر ۶

است. در این صورت مساحت چهارضلعی MNCB کدام است؟



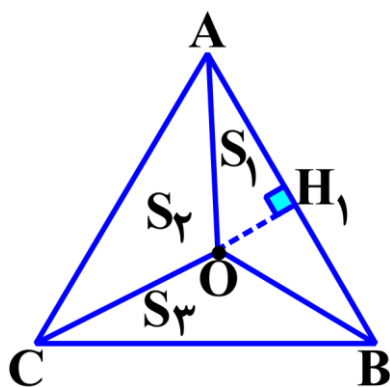
۳۴ (۱)

۳۶ (۲)

۲۴ (۳)

۱۸ (۴)

۶۹- در مثلث متساوی الاضلاع زیر داریم $S_1 = \frac{S_2}{3} = \frac{S_3}{2}$. اندازه OH_1 چند برابر طول ضلع AB است؟



$\frac{\sqrt{3}}{12}$ (۱)

$\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۲)

$\frac{1}{12}$ (۳)

$\frac{1}{6}$ (۴)

۷۰- در داخل یک مربع به ضلع $\sqrt{3}$ ، مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع $\sqrt{3}$ رسم می کنیم. مجموع فواصل

مرکز مربع از اضلاع این مثلث کدام است؟

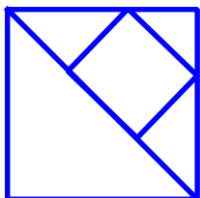
(۱) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $\sqrt{3}$

(۴) ۲

۷۱- در شکل مقابل هر دو چهارضلعی مربع اند. مساحت مربع بزرگ تر چند برابر مساحت کوچک تر مثلث ها



است؟

(۱) ۱۲

(۲) ۱۶

(۳) ۱۸

(۴) ۲۴

۷۲- مساحت یک مثلث قائم الزاویه برابر با مساحت مربعی است که بر روی ضلع کوچک تر آن ساخته

می شود. اندازه میانه وارد بر ضلع متوسط، چند برابر ضلع متوسط این مثلث است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $\sqrt{3}$



۷۳- در مثلث متساوی الساقین یکی از زاویه‌ها 60° درجه است. مجموع فواصل نقطه M داخل مثلث از سه

ضلع این مثلث 6 واحد است. ضلع روبه‌رو به زاویه 60° درجه چند واحد است؟

(۱) ۴

(۲) $2\sqrt{6}$

(۳) $4\sqrt{3}$

(۴) $3\sqrt{6}$

۷۴- در دوزنقه قائم‌الزاویه‌ای با زاویه 45° درجه، اندازه قاعده کوچک و ارتفاع هر یک 12 واحد است. مساحت

دوزنقه کدام است؟

(۱) ۱۹۲

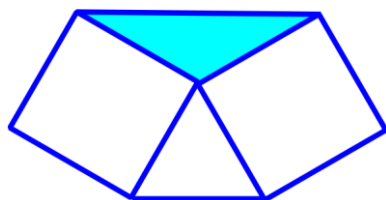
(۲) ۱۹۶

(۳) ۲۱۶

(۴) ۲۲۴

۷۵- در یک مثلث متساوی‌الاضلاع، بر روی دو ضلع آن دو مربع ساخته شده است. مساحت مثلث سایه‌زده

چند برابر مساحت مثلث اصلی است؟



(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

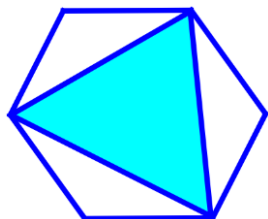
(۳) ۱

(۴) $\sqrt{3}$



۷۶- اگر طول ضلع شش ضلعی منتظم شکل روبه‌رو ۴ واحد باشد، مساحت مثلث سایه‌زده شده چند واحد

مربع است؟



(۱) $12\sqrt{3}$

(۲) $16\sqrt{2}$

(۳) $16\sqrt{3}$

(۴) $18\sqrt{2}$

۷۷- در دوزنقه قائم‌الزاویه‌ای، اندازه نسبت دو قاعده $\frac{2}{3}$ است. اگر وسط قاعده کوچک را به وسط ساق قائمه

وصل کنیم، مساحت مثلث حاصل چند برابر مساحت دوزنقه اصلی است؟

(۱) $\frac{1}{10}$

(۲) $\frac{1}{9}$

(۳) $\frac{1}{8}$

(۴) $\frac{1}{6}$

۷۸- در بین مثلث‌هایی با مساحت ۳۰ واحد مربع که در ضلعی به اندازه ۱۵ واحد مشترک هستند، کمترین

مقدار محیط کدام است؟

(۱) ۳۰

(۲) ۳۲

(۳) ۳۴

(۴) ۳۶

۷۹- در مثلث ABC، میانه‌های رسم شده از رأس‌های B و C بر هم عمودند. اگر طول میانه رسم شده از

رأس C برابر ۴/۵ و مساحت این مثلث برابر ۱۸ باشد، نسبت طول میانه‌های رسم شده از دو رأس B و C

کدام است؟

(۱) $\frac{17}{9}$

(۲) $\frac{19}{9}$

(۳) $\frac{5}{3}$

(۴) $\frac{4}{3}$

۸۰- رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع بر روی اضلاع یک مثلث متساوی‌الاضلاع دیگر قرار دارد. به‌طوری

که اضلاع آنها بر یکدیگر عمودند. نسبت مساحت مثلث بزرگ‌تر به مساحت مثلث کوچک‌تر، کدام است؟

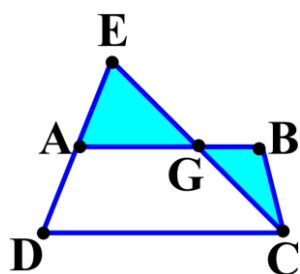
(۱) ۳

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) ۳/۵

(۴) ۴

۸۱- در دوزنقه ABCD زیر که اندازه قاعده کوچک آن ۵ و قاعده بزرگ آن ۸ است. ساق AD را به اندازه



خودش امتداد می‌دهیم تا پاره خط AE حاصل شود. مقدار $\frac{S_{\triangle AEG}}{S_{\triangle GBC}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{8}{3}$

(۳) ۴

(۴) $\frac{8}{5}$



۸۲- دوزنقه با قاعدهٔ بزرگ تر ۱۰ واحد را به یک متوازی‌الاضلاع و یک مثلث تقسیم می‌کنیم. اگر مساحت

مثلث ۷۵ درصد مساحت متوازی‌الاضلاع باشد، قاعدهٔ کوچک تر دوزنقه کدام است؟

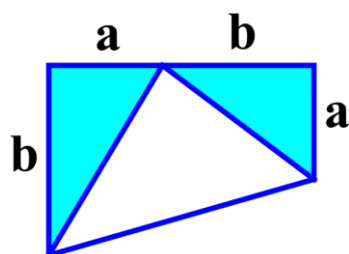
۱ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۴ (۴)

۸۳- در شکل مقابل ارتفاع دوزنقه ۱۲ واحد و مساحت هر یک از مثلث‌های سایه زده برابر ۸ واحد است.



مساحت مثلث سفید کدام است؟

۴۸ (۱)

۵۲ (۲)

۵۶ (۳)

۶۴ (۴)

۸۴- در داخل مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین، بزرگ‌ترین مربع ممکن را قرار می‌دهیم. نسبت مساحت

این مربع به مساحت مثلث مفروض چقدر است؟

$\frac{4}{9}$ (۱)

$\frac{5}{9}$ (۲)

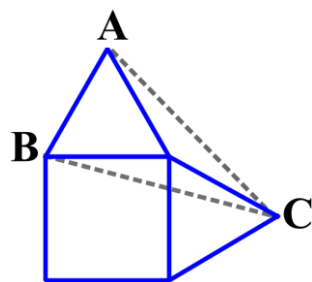
$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۴)





۸۵- در خارج یک مربع به ضلع ۲ واحد بر روی هر دو ضلع مجاور آن، مثلث متساوی الاضلاع ساخته شده



است، مساحت مثلث ABC کدام است؟

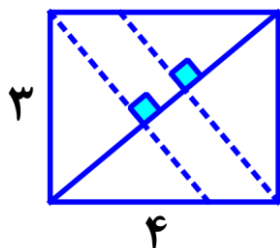
۴ (۱)

$2\sqrt{3}$ (۲)

$2 + \sqrt{3}$ (۳)

$1 + \sqrt{3}$ (۴)

۸۶- در مستطیلی به طول اضلاع ۳ و ۴ واحد، از هر دو رأس متقابل، عمودی بر قطر دیگر این مستطیل



رسم شده است. مساحت متوازی الاضلاع حاصل، کدام است؟

۵/۲۵ (۱)

۵/۷۵ (۲)

۶ (۳)

۷/۵ (۴)

۸۷- اندازه قاعده‌های دوزنقه‌ای ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های دوزنقه چنان رسم می‌کنیم

که دوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی، تقسیم کند. اندازه پاره‌خط، کدام است؟

۷ (۱)

$\sqrt{53}$ (۲)

$4\sqrt{3}$ (۳)

$\sqrt{57}$ (۴)



۸۸- در دوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۸ و ۱۲ و ارتفاع ۱۰ واحد، مساحت مثلث محدود به دو قطر و یک ساق

آن، چند واحد مربع است؟

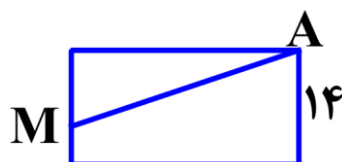
۱۸ (۱)

۲۰ (۲)

۲۴ (۳)

۲۸ (۴)

۸۹- در شکل زیر، پاره خط AM مساحت مستطیل را به دو جزء با نسبت مساحت‌های $\frac{5}{9}$ تقسیم کرده است. اگر طول قطر مستطیل ۲۵ واحد باشد، پاره خط AM چند واحد است؟



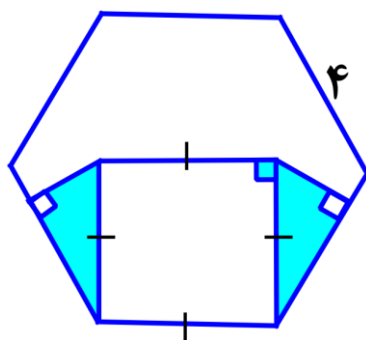
۲۱ (۱)

۲۳ (۲)

$9\sqrt{7}$ (۳)

$10\sqrt{6}$ (۴)

۹۰- در شش ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی متر مربع است؟



$\sqrt{3}$ (۱)

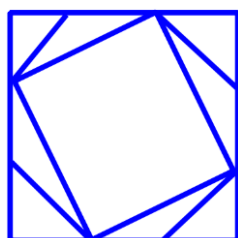
$2\sqrt{3}$ (۲)

$3\sqrt{3}$ (۳)

$4\sqrt{3}$ (۴)

۹۱- در شکل مقابل اندازه طول اضلاع هشت ضلعی منتظم ۲ واحد است. مساحت مربع کوچک چند واحد

مربع است؟



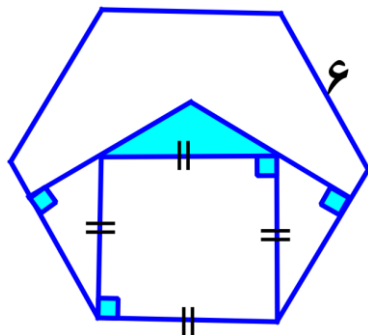
$4(1 + \sqrt{2})$ (۱)

$4(2 + \sqrt{2})$ (۲)

$8(1 + \sqrt{2})$ (۳)

$8(2 + \sqrt{2})$ (۴)

۹۲- در شش ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی متر مربع است؟



(۱) $3\sqrt{3}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) ۳

(۴) ۲

۹۳- در مثلث قائم الزاویه ABC که $\hat{A} = 90^\circ$ و $\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ است، ارتفاع AH و میانه AM رسم می کنیم. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

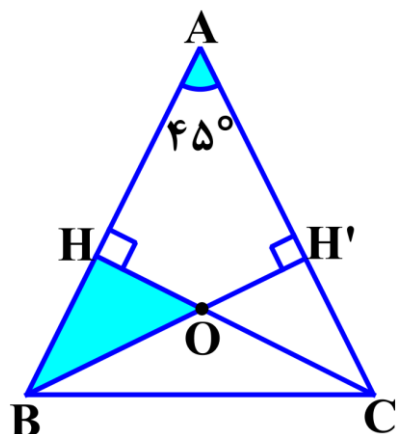
(۱) ۷

(۲) ۱۰

(۳) ۱۲

(۴) ۱۴

۹۴- در شکل زیر مثلث ABC متساوی الساقین و طول ساق AB برابر ۸ واحد است. مساحت مثلث OHB کدام است؟



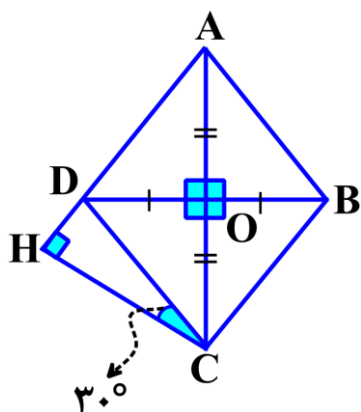
(۱) $\frac{6}{2+\sqrt{3}}$

(۲) $\frac{8}{2+\sqrt{3}}$

(۳) $\frac{12}{3+2\sqrt{3}}$

(۴) $\frac{16}{3+2\sqrt{3}}$

۹۵- در شکل روبه‌رو، نسبت $\frac{S_{ABCH}}{S_{ABCD}}$ کدام است؟



(۱) $\frac{5}{2}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{5}{4}$

(۴) $\frac{4}{3}$

۹۶- از رئوس دو سر قطر کوچک یک متوازی‌الاضلاع، خط‌هایی عمود بر قطر بزرگ رسم می‌کنیم تا سه پاره‌خط روی آن ایجاد شود و امتداد این خطوط ضلع مقابل را قطع کند. اگر طول پاره‌خط وسطی روی قطر بزرگ نصف طول پاره‌خط‌های کناری باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع کوچک حاصل از دو عمود رسم شده چند برابر مساحت کوچکترین مثلث ساخته شده در شکل است؟

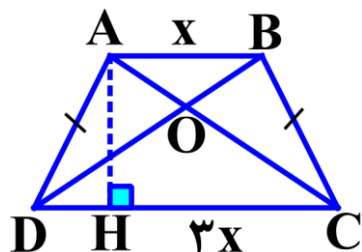
(۱) ۳

(۲) $\frac{2}{5}$

(۳) ۲

(۴) $\frac{1}{5}$

۹۷- در شکل روبه‌رو، $ABCD$ یک ذوزنقه متساوی‌الساقین است. مساحت AOD کدام است؟



(۱) $\frac{1}{4}xAH$

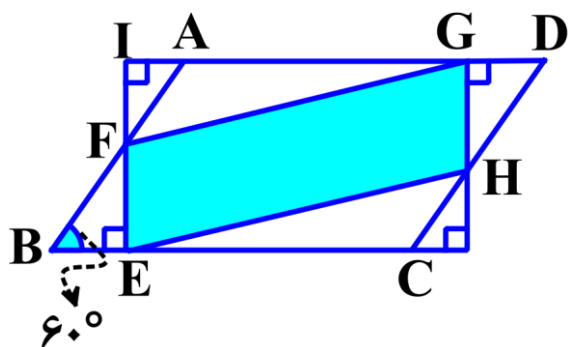
(۲) $\frac{1}{2}xAH$

(۳) $\frac{3}{8}xAH$

(۴) xAH

۹۸- در متوازی الاضلاع $(ABCD)$ زیر $\hat{B} = 60^\circ$ است. اندازه‌های AF و EF برابر ۴ و ۳ هستند. اگر $BC = 8$

باشد، مساحت متوازی الاضلاع $FEHG$ کدام است؟



(۱) $30 - 3\sqrt{3}$

(۲) $30 - \sqrt{3}$

(۳) ۲۴

(۴) $24\sqrt{3} - 8$

۹۹- در مثلث ABC ، طول دو میانه عمود بر هم رسم شده از رأس‌های B و C به ترتیب ۱۲ و ۹ است. مساحت

مثلث ABC کدام است؟

(۱) ۳۲

(۲) ۵۴

(۳) ۶۴

(۴) ۷۲

۱۰۰- در یک مستطیل، خط‌هایی از دو رأس مقابل بر یک قطر عمود می‌شوند و آن قطر به سه قسمت طوری

تقسیم می‌شود که قسمت وسط دو برابر هر یک از قسمت‌های کناری است. مساحت این مستطیل چند برابر

مساحت کوچکترین مثلث ایجاد شده در مستطیل است؟

(۱) ۲۴

(۲) ۱۶

(۳) ۱۲

(۴) ۸

تجسم فضایی

خط، نقطه، صفحه

* در هندسه، نقطه، خط و صفحه از اساسی ترین مفاهیم هستند که تعریف ندارند.



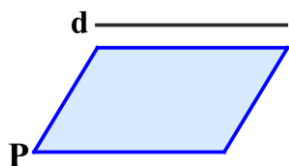
* خط راست از هر دو طرف نامحدود است و صفحه هم از هر طرف ادامه دارد و ضخامتی ندارد.

* از هر دو نقطه متمایز، یک و تنها یک خط می گذرد و همچنین از هر سه نقطه که روی یک خط قرار ندارند، یک و تنها یک صفحه می گذرد.

حالت های مختلف وضعیت خط و صفحه

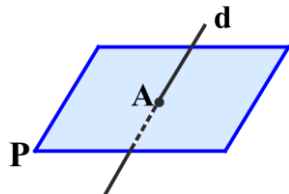
۱. خط و صفحه اشتراکی ندارند. در این حالت خط و صفحه موازی اند.

$$d \cap P = \{ \} \Rightarrow d \parallel P$$



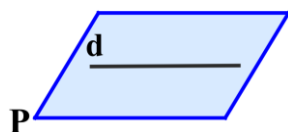
۲. خط و صفحه فقط یک نقطه مشترک دارند. در این حالت، خط و صفحه متقاطع اند.

$$d \cap P = \{ A \} \Rightarrow d \text{ و } P \text{ متقاطع اند}$$



۳. خط و صفحه بیش از یک نقطه مشترک دارند. در این حالت خط بر صفحه قرار دارد.

$$d \cap P = d \Rightarrow d \text{ درون صفحه است}$$



- در حالتی که خط بر صفحه قرار دارد، اصطلاحاً می گوییم « صفحه خط را شامل است » یا « صفحه از خط می گذرد ».

* اگر دو نقطه متمایز از خطی در یک صفحه باشند، آن خط بر آن صفحه واقع است.

* از هر خط و نقطه ای خارج آن، یک صفحه منحصر به فرد می گذرد.

* از هر خط در فضا، نامتناهی صفحه می گذرد.

← حالت‌های مختلف دو خط در فضا

✱ اگر صفحه‌ای وجود نداشته باشد که شامل دو خط باشد، آن دو خط را متنافر می‌نامیم.

✱ دو خط در فضا نسبت به هم متقاطع یا موازی یا متنافر هستند.

• دو خط وقتی برهم منطبق می‌شوند، آن‌ها را یک خط در نظر می‌گیریم.

✱ نکته :

(۱) از هر دو خط متمایز و موازی یک و تنها یک صفحه می‌گذرد.

(۲) از هر دو خط متقاطع یک و تنها یک صفحه می‌گذرد.

(۳) اصل توازی اقلیدس: از هر نقطه خارج یک خط در فضا، یک و تنها یک خط به موازات آن خط می‌گذرد.

(۴) فرض کنید خطی درون صفحه‌ای قرار ندارد، در این صورت اگر با یکی از خط‌های آن صفحه موازی باشد، آن گاه این خط با صفحه مورد نظر موازی است و برعکس، اگر خطی با صفحه‌ای موازی باشد، در این صفحه خطی موازی با خط مورد نظر وجود دارد.

(۵) اگر خطی با صفحه‌ای موازی باشد، نامتناهی خط از آن صفحه موازی است.

(۶) اگر یکی از دو خط موازی با صفحه‌ای موازی باشند، خط دیگر نیز با این صفحه موازی است یا درون آن صفحه قرار دارد. همچنین اگر یکی از دو خط موازی، صفحه‌ای را قطع کند، خط دیگر هم این صفحه را قطع می‌کند.

← حالت‌های مختلف دو صفحه

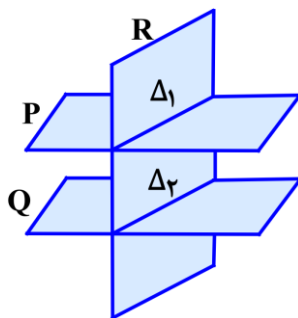
✱ اگر دو صفحه باهم نقطه مشترکی نداشته باشند، باهم موازی‌اند.

✱ اگر دو صفحه فقط در یک خط مشترک باشند، باهم متقاطع‌اند. خطی که اشتراک دو صفحه متقاطع است، فصل مشترک آن دو صفحه نامیده می‌شود.

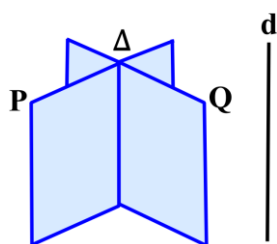
• دو صفحه در فضا نسبت به هم موازی یا متقاطع هستند. وقتی دو صفحه برهم منطبق هستند،

آن‌ها را یک صفحه در نظر می‌گیریم.

★ اگر صفحه‌ای یکی از دو صفحه موازی را قطع کند، دیگری را هم قطع می‌کند و فصل مشترک‌های آن‌ها با هم موازی‌اند.



★ اگر خطی با دو صفحه متقاطع موازی باشد، با فصل مشترک آن‌ها موازی است. همچنین اگر خطی با فصل مشترک دو صفحه متقاطع موازی باشد، با هر دو صفحه موازی است.



$$\begin{cases} P \cap Q = \Delta \\ d \parallel P \\ d \parallel Q \end{cases} \Rightarrow d \parallel \Delta \quad \begin{cases} P \cap Q = \Delta \\ d \parallel \Delta \end{cases} \Rightarrow d \parallel P, d \parallel Q$$

تعامد

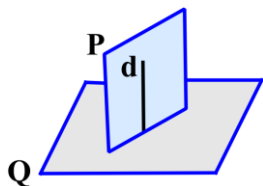
★ فرض کنید خط L در نقطه A صفحه P را قطع کند، اگر خط L بر هر خط در صفحه P که از نقطه A می‌گذرد عمود باشد آن‌گاه خط L بر صفحه P عمود است.

* نکته :

۱. اگر خطی بر یکی از خط‌های صفحه عمود باشد، نمی‌توان نتیجه گرفت بر آن صفحه عمود است.
۲. اگر خطی بر دو خط متقاطع از صفحه‌ای عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.
۳. اگر خطی بر صفحه‌ای عمود باشد، بر هر خط از آن صفحه عمود است.
۴. دو خط عمود بر یک صفحه باهم موازی‌اند.
۵. دو صفحه عمود بر یک خط باهم موازی‌اند.
۶. اگر خطی بر یکی از دو صفحه موازی عمود باشد، بر دیگری هم عمود است.
۷. اگر یکی از دو خط موازی بر صفحه‌ای عمود باشند، خط دیگر هم بر این صفحه عمود است.

دو صفحه عمود بر هم

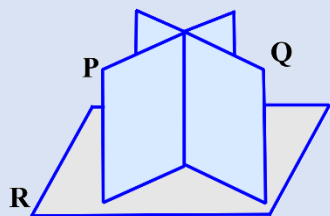
* دو صفحه بر هم عمودند؛ هرگاه خطی درون یکی وجود داشته باشد که بر صفحه دیگر عمود است.



$$\begin{cases} d \subseteq P \\ d \perp Q \end{cases} \Rightarrow P \perp Q$$

* نکته: نکات مربوط به دو صفحه عمود بر هم

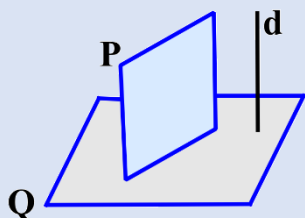
۱. اگر خطی بر صفحه‌ای عمود باشد، هر صفحه‌ی گذرنده از این خط بر صفحه‌ی مورد نظر عمود است.
۲. اگر خطی بر صفحه‌ای عمود نباشد، از این خط فقط یک صفحه عمود بر آن صفحه می‌توان رسم کرد.
۳. اگر دو صفحه عمود بر یک صفحه باشند نمی‌توان گفت دو صفحه باهم موازی‌اند.



مانند شکل مقابل که در آن $P \perp R$ و $Q \perp R$ ولی P و Q متقاطع‌اند.

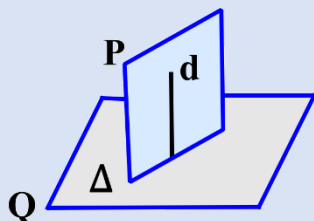
۴. اگر دو صفحه متقاطع بر صفحه‌ای عمود باشند، فصل مشترک آن‌ها بر آن صفحه عمود است.

۵. اگر یک صفحه و خطی غیرواحد بر آن، بر صفحه دیگر عمود باشند، آن‌گاه موازی‌اند.



$$\begin{cases} P \perp Q \\ d \perp Q \end{cases} \Rightarrow d \parallel P$$

۶. اگر دو صفحه بر هم عمود باشند، هر خط درون یکی که بر فصل مشترک آن‌ها عمود باشد، بر صفحه دیگر عمود است.



$$\begin{cases} P \cap Q = \Delta \\ d \subseteq P \\ d \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow d \perp Q$$

۱- در یک مکعب مستطیل، هر یال با چند یال دیگر، متناظر است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۲- خط Δ با کدام شرایط می توان موازی صفحه P و عمود بر صفحه Q باشد؟

(۱) $P \perp Q$

(۲) $P \cap Q = \emptyset$

(۳) $\Delta \perp (P \cap Q)$

(۴) $\Delta \parallel (P \cap Q)$

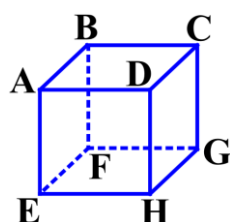
۳- وضعیت خط CH نسبت به خطوط واقع در صفحه گذرا بر E, F و G چگونه است؟

(۱) متقاطع

(۲) متناظر

(۳) متقاطع یا متناظر

(۴) موازی یا متناظر



۴- دو خط متناظر d و d' و نقطه A خارج دو خط مفروض هستند. چند صفحه شامل نقطه A و خط d وجود

دارد که با خط d' موازی باشد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) حداکثر ۱

(۴) بی شمار

۵- خط d و صفحه P و نقطه A در خارج آن دو مفروض است. در رسم خطی گذرا از نقطه A ، موازی صفحه

P و متقاطع با خط d ، در کدام وضعیت خط و صفحه مفروض، تنها یک جواب دارد؟

(۱) الزاماً عمود

(۲) منطبق

(۳) موازی

(۴) متقاطع

۶- نقطه A و خط d و صفحه P مفروض هستند. در رسم صفحه ای گذرا از نقطه A، موازی خط d و عمود بر

صفحه P، در کدام حالت، تعداد جوابها، بی شمار است؟

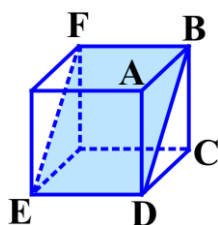
(۱) $d \cap P = d$

(۲) $d \cap P \neq \emptyset$

(۳) $d \parallel P$

(۴) $d \perp P$

۷- در مکعب شکل مقابل، زاویه صفحه قطری سایه زده با صفحه وجه ABCD، چند درجه است؟



(۱) 30°

(۲) 45°

(۳) 60°

(۴) 90°

۸- دو خط d_1 و d_2 در فضا متنافر هستند. اگر خط d_3 با d_2 موازی باشد، آنگاه وضعیت خط d_3 و d_1 الزاماً

چگونه است؟

(۱) غیرمتقاطع (۲) غیرموازی

(۳) غیرمتنافر (۴) نامشخص

۹- خط d و صفحه P را متقاطع در نظر بگیرید. از نقطه O، واقع در خارج خط d و صفحه P، چند خط عمود

و متقاطع با خط d می توان رسم کرد که با صفحه P موازی باشد؟

(۱) صفر یا یک یا بی شمار

(۲) یک یا بی شمار

(۳) صفر یا یک

(۴) صفر یا بی شمار

۱۰- در یک مکعب به طول یال ۴ واحد، بر انتهای سه یال گذرا بر یک رأس، صفحه‌ای می‌گذرد. مساحت

مقطع این صفحه با مکعب کدام است؟

۸ (۱)

$4\sqrt{6}$ (۲)

۱۲ (۳)

$8\sqrt{3}$ (۴)

۱۱- مساحت مقطع یک مکعب با صفحه قطری آن برابر $9\sqrt{2}$ می‌باشد. اندازه قطر مکعب کدام است؟

$2\sqrt{3}$ (۱)

$3\sqrt{2}$ (۲)

$2\sqrt{6}$ (۳)

$3\sqrt{3}$ (۴)

۱۲- اگر دو خط d_1 و d_2 در فضا بر خط Δ عمود باشند، آنگاه وضعیت دو خط d_1 و d_2 کدام است؟

(۱) الزاماً باهم موازی‌اند.

(۲) الزاماً بر هم منطبق‌اند.

(۳) الزاماً بر هم عمودند.

(۴) هر حالتی می‌توانند نسبت به هم داشته باشند.

۱۳- دو خط موازی d و d' مفروض هستند. اگر صفحه P با خط d موازی باشد، آنگاه کدام نتیجه‌گیری

درست است؟

(۱) صفحه P با خط d' موازی است.

(۲) صفحه P شامل خط d' است.

(۳) صفحه P با خط d' متقاطع نیست.

(۴) صفحه P شامل خط d' نیست.

۱۴- در فضا، دو خط l_1 و l_2 موازی هستند. اگر خط d و خط l_1 را در یک نقطه قطع کند، کدام مورد در

خصوص وضعیت خط d و l_2 همواره درست است؟

(۱) متنافرند. (۲) موازی اند.

(۳) غیرمقاطع اند. (۴) غیرموازی اند.

۱۵- دو صفحه متقاطع P و Q و نقطه A در خارج هر دو صفحه مفروض هستند. تعداد صفحات R گذرا بر

نقطه A و متقاطع با صفحه‌های P و Q ، فاقد نقطه مشترک این صفحه، کدام است؟

(۱) یک

(۲) دو

(۳) نشدنی

(۴) بی شمار

۱۶- دو صفحه P_1 و P_2 متقاطع اند. صفحه P' در کدام حالت، وجود ندارد؟

(۱) صفحه P' هم با P_1 و هم با P_2 متقاطع باشد.

(۲) صفحه P' با P_1 متقاطع و با P_2 موازی باشد.

(۳) صفحه P' هم با P_1 و هم با P_2 موازی باشد.

(۴) صفحه P' با P_1 موازی و با P_2 متقاطع باشد.

۱۷- خط D صفحه P را قطع کرده است. اگر خط d موازی D باشد، چند خط موازی صفحه P می توان رسم

کرد که هر دو خط d و D را قطع کند؟

(۱) بی شمار

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴) صفر

۱۸- در یک چهاروجهی منتظم، از وسط هر یال آن صفحه‌ای موازی وجه مقابل می‌گذرانیم، تا ۴ هرم

کوچک‌تر، از چهاروجهی مفروض جدا کند. حجم جسم باقی‌مانده، چند برابر حجم چهاروجهی اولیه است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) صفر

۱۹- سه نقطه A، B و C غیرواقع در یک راستا و خط Δ غیرموازی با صفحه این سه نقطه مفروض هستند.

تعداد صفحات موازی Δ که هر سه نقطه مفروض از آن به یک فاصله باشند، کدام است؟

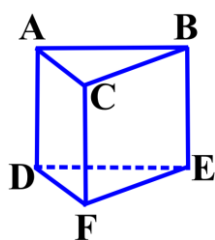
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۲۰- در منشور سه پهلوی زیر، تعداد زوج یال‌های متمایز که هر کدام دو به دو متناظرند، کدام است؟



(۱) ۹

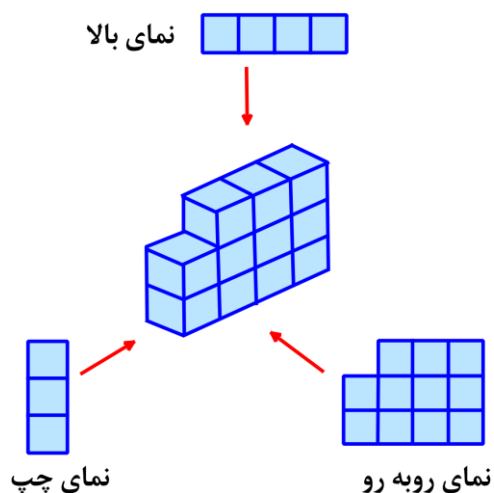
(۲) ۱۲

(۳) ۱۵

(۴) ۱۸

تفکر تجسمی

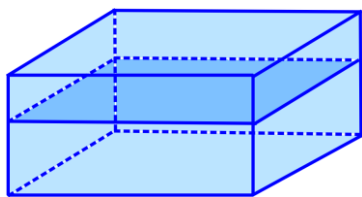
* اگر به اجسام از زاویه‌های مختلف نگاه کنیم، معمولاً تصویرهای مختلفی می‌بینیم.



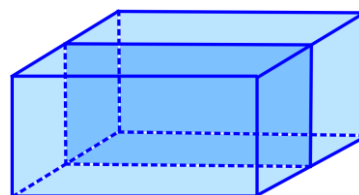
برش

* شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می‌شود سطح مقطع آن نامیده می‌شود.

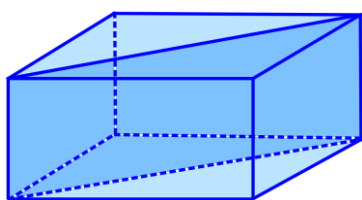
برش مکعبی



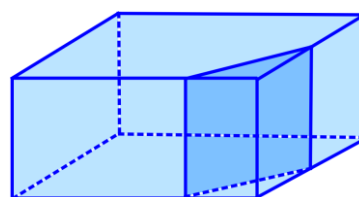
صفحه افقی است و سطح مقطع مستطیل است.



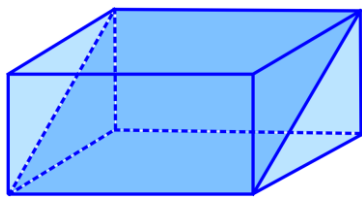
صفحه قائم است و سطح مقطع مستطیل است.



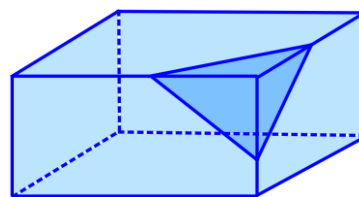
صفحه قائم است و سطح مقطع مستطیل است.



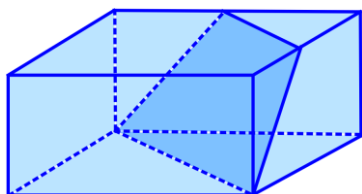
صفحه قائم است و سطح مقطع مستطیل است.



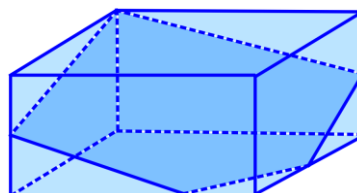
صفحه مایل است و سطح مقطع مستطیل است.



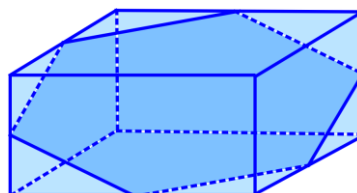
صفحه مایل است و سطح مقطع مثلث است.



صفحه مایل است و سطح مقطع **دوزنقه** است.

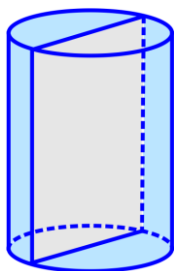


صفحه مایل است و سطح مقطع **پنج ضلعی** است.

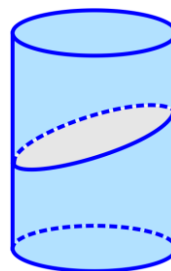


صفحه مایل است و سطح مقطع **شش ضلعی** است.

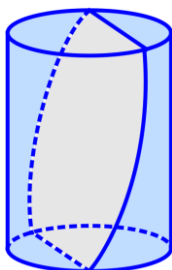
← **برش استوانه قائم**



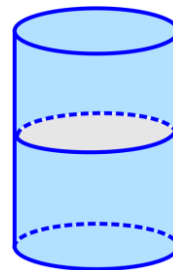
صفحه عمود است و سطح مقطع **مستطیل** است.



صفحه مایل است و سطح مقطع **بیضی** است.

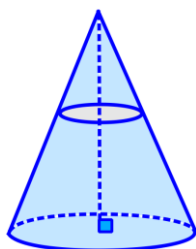


صفحه مایل است و دو قاعده استوانه را قطع می کند
در این صورت سطح مقطع قسمتی از یک بیضی است.

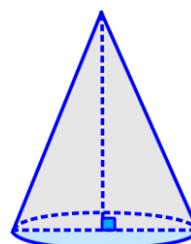


صفحه افقی است و سطح مقطع **دایره** است.

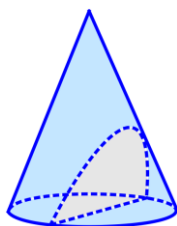
برش مخروط



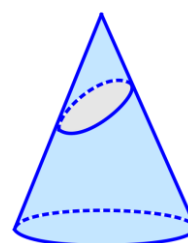
صفحه افقی است و سطح مقطع دایره است.



صفحه قائم است و سطح مقطع مثلث است.

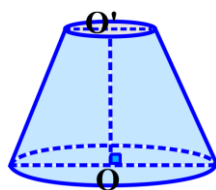
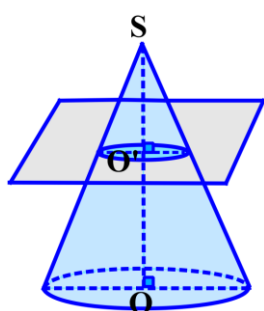


صفحه مایل و موازی با یال مخروط است. در صورت سطح مقطع حاصل سهمی است.



صفحه مایل است و سطح مقطع بیضی است.

مخروط ناقص



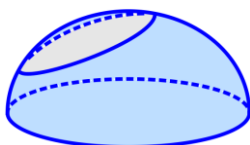
مخروط ناقص

+

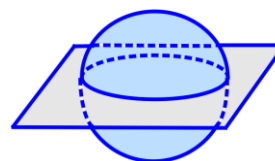


مخروط قائم

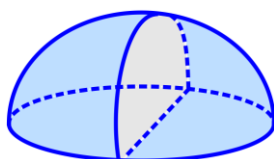
برش کره



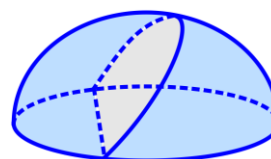
سطح مقطع حاصل از برخورد نیم کره با هر صفحه‌ای که قاعده آن را قطع نکند دایره است.



روی هر صفحه‌ای که کره‌ای را قطع می‌کند یک دایره ایجاد می‌شود.



سطح مقطع صفحه قائم که از مرکز نیم کره می‌گذرد یک نیم دایره است.



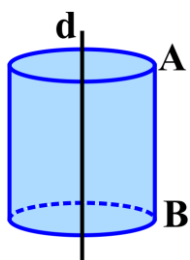
سطح مقطع صفحه مایل با نیم کره که قاعده آن را قطع کند قسمتی از یک دایره است.

← دوران حول محور

* از دوران دادن شکل‌های مختلف هندسی حول یک محور، می‌توان جسم‌های هندسی مختلفی را تصور کرد. به عنوان مثال :

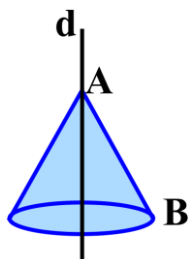
* از دوران پاره خط AB حول خط d

(الف) در صورتی که $d \parallel AB$ یک استوانه به دست می‌آید.

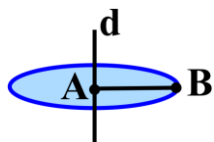


(ب) اگر A روی خط d و B غیرواقع بر آن باشد، دو حالت پیش می‌آید.

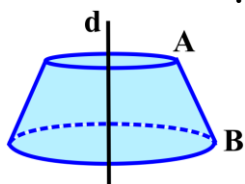
(۱) اگر AB عمود بر d نباشد، یک مخروط دوار (قائم) به دست می‌آید.



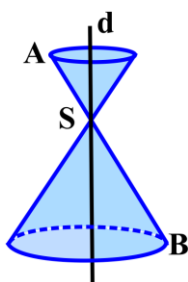
(۲) اگر AB عمود بر d باشد، یک دایره به مرکز A و شعاع AB و نقاط درون آن به دست می‌آید.



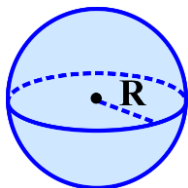
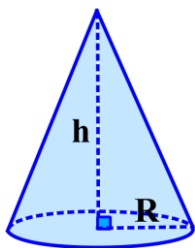
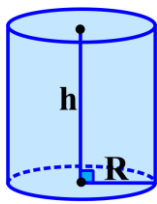
(پ) اگر $d \parallel AB$ و وضعیت آن‌ها مطابق شکل باشد یک مخروط ناقص به دست می‌آید :



(ت) اگر مطابق شکل، d و AB متقاطع باشند دو مخروط دوار با رأس مشترک به دست می‌آید.



✱ فرمول‌های حجم شکل‌های فضایی است.

کره	مخروط قائم	استوانه
		
$V = \frac{4}{3}\pi R^3$	$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$	$V = \pi R^2 h$

۲۱- در یک مکعب انتهای یال‌های گذرا بر یک رأس، رأس‌های مثلثی هستند. مثلث حاصل کدام نوع است؟

(۱) قائم‌الزاویه

(۲) متساوی‌الاضلاع

(۳) متساوی‌الساقین

(۴) قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین

۲۲- سطح مقطع یک مکعب به طول یال ۶ واحد با صفحه‌ای گذرنده بر انتهای سه یال آن که در یک رأس

مشترک باشند، چند واحد مربع است؟

(۱) ۱۸

(۲) $۱۲\sqrt{۳}$

(۳) $۱۸\sqrt{۳}$

(۴) ۲۴

۲۳- طول یال‌های مکعب مستطیل به ترتیب ۱ و $\sqrt{۳}$ و ۲ واحد است. زاویه قطر مکعب مستطیل با یال

بزرگتر چند درجه است؟

(۱) ۳۰

(۲) ۴۵

(۳) ۶۰

(۴) ۹۰

** جهت مشاوره تحصیلی رایگان و پرسیدن سوالات خود با مشاوران سایت ارتباط بگیرید **



۲۴- بزرگ‌ترین مکعب ممکن داخل یک کره به قطر ۶ واحد جای گرفته است، سطح کل این مکعب کدام است؟

(۱) ۶۳

(۲) ۵۴

(۳) ۷۲

(۴) ۸۱

۲۵- مکعب مستطیل به ابعاد ۳ و ۴ و ۵ واحد، در داخل کوچک‌ترین کره ممکن جای گرفته است. مساحت سطح این کره، کدام است؟

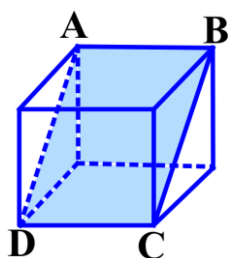
(۱) 24π (۲) 25π (۳) 48π (۴) 50π

۲۶- مکعبی به طول یال ۲ واحد در داخل کوچک‌ترین کره ممکن جای گرفته است. مساحت این کره کدام است؟

(۱) 8π (۲) 9π (۳) 12π (۴) 18π

۲۷- در مکعب شکل مقابل، مساحت چهارضلعی ABCD برابر $3\sqrt{2}$ است. سطح کل مکعب چند سانتی‌متر

مربع است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۶

(۳) ۱۸

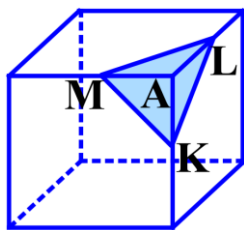
(۴) ۲۴





۲۸- در مکعب شکل مقابل L ، K و M وسط‌های سه یال هستند. حجم هرم $AMLK$ چه کسری از حجم

مکعب است؟



(۱) $\frac{1}{48}$

(۲) $\frac{1}{12}$

(۳) $\frac{1}{24}$

(۴) $\frac{1}{16}$

۲۹- هر مکعب چند صفحه تقارن دارد؟

(۴) ۹

(۳) ۸

(۲) ۷

(۱) ۶

۳۰- در یک مکعب، صفحه گذرا بر یک یال و وسط یال دیگر، آن را به دو قطعه نابرابر تقسیم می‌کند. نسبت

حجم‌های این دو قطعه، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

(۴) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

۳۱- در داخل نیمکره به شعاع ۹ واحد، استوانه‌ای به ارتفاع ۶ واحد جای گرفته است. بیشترین حجم

ممکن این استوانه، کدام است؟

(۱) 180π

(۲) 210π

(۳) 240π

(۴) 270π



۳۲- دو کره به شعاع‌های ۳ و ۴ واحد، که مرکزهای آنها با یکدیگر ۵ واحد فاصله دارند، متقاطع هستند،

مساحت مکان هندسی نقاط مشترک این دو کره، کدام است؟

(۱) $3/24\pi$

(۲) $4/41\pi$

(۳) $4/8\pi$

(۴) $5/76\pi$

۳۳- در مکعب مفروض، صفحه‌ای بر یک یال و وسط یال دیگر گذشته است. مساحت مقطع حاصل، چند

برابر مساحت یکی از وجوه مکعب است؟

(۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) $\sqrt{2}$

۳۴- نیمکره‌ای به قطر ۱۲ واحد، در داخل کوچک‌ترین استوانه ممکن جای گرفته است. حجم محدود به

این نیمکره و استوانه، چند برابر π است؟

(۱) ۳۶

(۲) ۴۲

(۳) ۵۴

(۴) ۷۲



۳۵- در یک مخروط ناقص دوار شعاع قاعده ها R و $2R$ و ارتفاع $h = R$ است. اگر حجم مخروط برابر 7π باشد آنگاه :

(۱) $R = 7$

(۲) $R = \sqrt{3}$

(۳) $R = \sqrt[3]{3}$

(۴) $R = \sqrt{7}$

۳۶- در یک مکعب به طول یال $\sqrt{2}$ واحد از یک رأس آن به طور متوالی قطرهای وجوه جانبی را رسم می کنیم تا مثلثی حاصل شود. مساحت آن مثلث کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) $\sqrt{3}$

(۴) $2\sqrt{2}$

۳۷- مثلث قائم الزاویه ای را که یک زاویه 60° دارد، حول ضلع قائم بزرگ تر دوران می دهیم. اگر طول وتر برابر $2\sqrt{3}$ باشد، حجم جسم حاصل چقدر است؟

(۱) 4π

(۲) 3π

(۳) 2π

(۴) π

۳۸- مربعی به قطر یک سانتی متر را حول قطرش دوران می دهیم. حجم حاصل کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{12}$

(۲) $\frac{\pi}{4}$

(۳) $\frac{\pi}{8}$

(۴) π



۳۹- یک لوزی به طول اقطار ۴ و ۶ را حول قطر بزرگترش دوران می دهیم. حجم حاصل کدام است؟

(۱) 4π (۲) 6π (۳) 8π (۴) π

۴۰- حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم الزاویه ABC با ضلع های قائم $AB = 5$ و $AC = 2\sqrt{6}$ ، حول خط گذرا از رأس C و موازی ضلع AB، کدام است؟

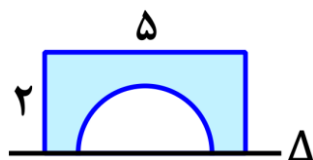
(۱) 60π (۲) 70π (۳) 75π (۴) 80π

۴۱- سطح محدود به مستطیل 5×2 و نیم دایره به قطر ۳ واحد، حول خط Δ دوران می کند. حجم جسم حاصل، چند برابر π است؟

(۱) ۱۵

(۲) $15/5$ (۳) $16/5$

(۴) ۱۷



۴۲- تعدادی مکعب کوچک هم اندازه چنان به هم چسبیده اند که یک مکعب بزرگ تر را تشکیل داده اند. مکعب بزرگ را در یک قوطی رنگ غوطه ور می کنیم. اگر ۲۷ مکعب کوچک اصلاً رنگی نشده باشند، آنگاه چند مکعب کوچک وجود دارد که دقیقاً دو وجه آن ها رنگی شده باشد؟

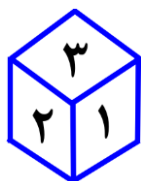
(۱) ۱۲

(۲) ۲۴

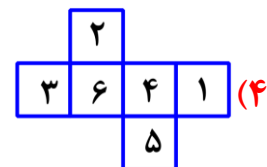
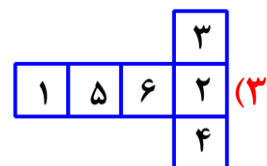
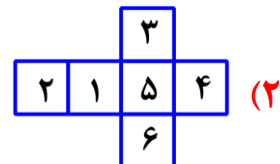
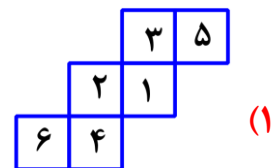
(۳) ۳۶

(۴) ۴۸

۴۳- در یک تاس می‌دانیم که مجموع اعداد هر دو وجه روبه‌روی هم برابر ۷ است. کدام یک از اشکال زیر



باز شده تاسی مقابل نیست؟



۴۴- یک مثلث متساوی‌الساقین را حول قاعده آن دوران می‌دهیم. در مورد شکل فضایی حاصل کدام گزینه درست است؟

(۱) یک مخروط که شعاع قاعده آن برابر طول ارتفاع وارد بر قاعده مثلث است.

(۲) یک مخروط که شعاع قاعده آن برابر نصف طول قاعده مثلث است.

(۳) دو مخروط یکسان که شعاع قاعده آن‌ها برابر طول ارتفاع وارد بر قاعده مثلث است.

(۴) دو مخروط یکسان که شعاع قاعده آن‌ها برابر نصف طول قاعده مثلث است.

۴۴- تعدادی مکعب کوچک هم‌اندازه چنان به هم چسبیده‌اند که یک مکعب بزرگ‌تر را تشکیل داده‌اند.

مکعب بزرگ را در یک قوطی رنگ غوطه‌ور می‌کنیم. اگر ۲۷ مکعب کوچک اصلاً رنگی نشده باشند، آنگاه

چند مکعب کوچک وجود دارد که دقیقاً دو وجه آن‌ها رنگی شده باشد؟

(۱) ۱۲

(۲) ۲۴

(۳) ۳۶

(۴) ۴۸



۴۵- در یک هرم منتظم با قاعده مربع، ارتفاع هرم ۴ و ارتفاع مثلث جانبی آن $2\sqrt{7}$ واحد است. حجم این هرم، چند واحد مکعب است؟

(۱) ۳۶

(۲) ۴۸

(۳) ۵۴

(۴) ۶۴

۴۶- یک مثلث قائم الزاویه با زاویه 30° درجه و طول وتر ۸ واحد، حول وتر خود دوران می کند. حجم جسم حاصل، چند برابر π است؟

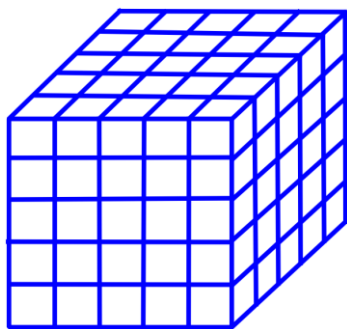
(۱) ۲۴

(۲) ۳۲

(۳) ۳۶

(۴) ۴۰

۴۷- تمام سطح خارجی مکعب مقابل را رنگ کرده ایم. اگر تعداد مکعب های کوچک که به ترتیب یک، دو و سه وجه رنگی دارند برابر m ، n و p باشد، حاصل $m + 2n - 3p$ کدام است؟



(۱) ۱۰۴

(۲) ۹۸

(۳) ۱۰۰

(۴) ۱۰۲

۴۸- مستطیلی به اضلاع ۲ و ۳ را حول خطی خارج از مستطیل که موازی بزرگ ترین ضلع آن و به فاصله ۱ واحد از آن قرار دارد، دوران می دهیم. حجم شکل حاصل چند واحد مکعب است؟

(۱) 18π (۲) 21π (۳) 24π (۴) 27π 

۴۹- یک دوزنقه قائم الزاویه به قاعده‌های ۲ و ۵ و ساق قائم ۳ واحد را حول ساق قائم دوران می‌دهیم. حجم

جسم حاصل، کدام است؟

(۱) 36π

(۲) 38π

(۳) 39π

(۴) 40π

۵۰- در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $2\sqrt{3}$ واحد، حجم حاصل از دوران هر دو سطح سایه‌زده شده، در

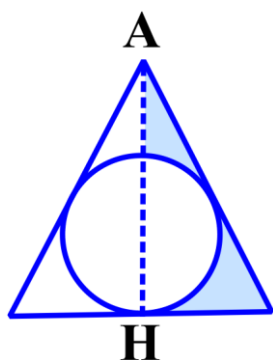
حول ارتفاع AH، کدام است؟

(۱) $\frac{4\pi}{3}$

(۲) $\frac{3\pi}{2}$

(۳) 2π

(۴) $\frac{5\pi}{4}$



۵۱- سه رأس A و B و C از مکعبی را چنان انتخاب می‌کنیم که هر دو رأس آن از یک یال نباشد، مساحت

مثلث ABC چند برابر مساحت یک وجه مکعب است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(۲) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۵۲- مخروط قائمی به شعاع ۵ واحد و حجم 100π واحد مکعب مفروض است. اگر صفحه‌ای به فاصله ۸ واحد

تا قاعده مخروط، بر محور مخروط عمود کنیم، مقدار مساحت این سطح مقطع کدام است؟

(۱) $\frac{25}{9}\pi$

(۲) $\frac{25}{16}$

(۳) $\frac{25}{12}\pi$

(۴) 3π

۵۳- مثلث ABC به طول اضلاع $AB = 4$ و $AC = 3$ و $BC = 5$ ، را یک بار حول ضلع BC و یک بار حول

ضلع AC دوران می‌دهیم. نسبت حجم جسم اولی به دوم چقدر است؟

(۱) $\frac{3}{5}$

(۲) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{5}{3}$

(۴) $\frac{5}{4}$

۵۴- در یک چهاروجهی منتظم، هر وجه آن مثلث متساوی‌الاضلاع است. طول هر یال آن $2\sqrt{6}$ واحد است.

ارتفاع این هرم، کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) ۳

(۴) ۴



پیداوارا

@Riazi10

۵۵- دو کره که فاصلهٔ مرکزهایشان از هم ۲۱ واحد است، یکدیگر را قطع کرده‌اند. اگر نقاط مشترک واقع

بر روی هر دو کره، دایره‌ای به قطر ۱۶ و شعاع یکی از کره‌ها ۱۰ باشد، شعاع کرهٔ دوم چقدر است؟

۱۵ (۱)

۱۶ (۲)

۱۷ (۳)

۱۸ (۴)

